

La fórmula de Boltzmann que hizo época y que contempla la entropía como una medida del desorden es

$$(2) \quad \text{Entropía} = S = k \ln W,$$

donde $\ln W$ es el logaritmo natural de W , y $k = 1,38 \times 10^{-16}$ ergs por grado de temperatura es una constante física conocida como la constante de Boltzmann⁵.

Tabla 1

MICROESTADOS DE $N_A = 2$, $N_B = 2$

Número del microestado	Partículas			
	U	X	Y	Z
1	A	A	B	B
2	A	B	A	B
3	A	B	B	A
4	B	A	A	B
5	B	A	B	A
6	B	B	A	A

Una fórmula más general abarca el caso en el que las partículas pueden ocupar varios estados con diferentes «probabilidades». Para evitar introducir el concepto de probabilidad en la presente fase, voy a adoptar un enfoque que diferente, pero formalmente equivalente, suponiendo que cada estado se encuentra representado por varios «espacios» idénticos, por así decirlo. En la ilustración anterior, podemos suponer, por ejemplo, que el estado A está representado por dos «espacios», A_1 , A_2 . En este caso, cada microestado de la Tabla 1 se sustituye por cuatro microestados como lo ilustra la Tabla 2⁶. Es fácil contemplar que, en general, si el estado i -ésimo se compone de s_i «espacios», la fórmula (1) se convierte en

$$(3) \quad W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_m!} s_1^{N_1} s_2^{N_2} \dots s_m^{N_m}.$$

⁵ En el cálculo final, W abarca solamente aquellos microestados en los que las partículas comparten exactamente la energía total del sistema (Véase, por ejemplo, Max Planck, *Theory of Heat*, Londres, 1932, pp. 239-242). Sin embargo, este detalle técnico no tiene en absoluto que ver con el problema discutido en esta sección. En cualquier caso, deberemos tenerlo en cuenta para la discusión del principio ergódico, algunas páginas más adelante.

⁶ Hay que subrayar que considerar a las ordenaciones de la Tabla 2 como microestados distintos está de acuerdo con la mencionada racionalidad de la estadística de Boltzmann. En lo que respecta a otra estadística, véase la nota 11, posterior.

Tabla 2

MICROESTADOS CORRESPONDIENTES AL MICROESTADO 1 DE LA TABLA 1

Microestado	Partículas			
	U	X	Y	Z
1 (1)	A_1	A_1	B	B
1 (2)	A_1	A_2	B	B
1 (3)	A_2	A_1	B	B
1 (4)	A_2	A_2	B	B

Para valores grandes de N , con la ayuda de la fórmula asintótica de Stirling, la ecuación (1) se convierte en

$$(4) \quad \ln W = N \ln N - \sum N_i \ln N_i + \sum N_i = - \sum N_i \ln (N_i/N).$$

Haciendo $f_i = N_i/N$, podemos escribir la ecuación (2) como sigue:

$$(5) \quad S = -kN H,$$

donde

$$(6) \quad H = \sum f_i \ln f_i$$

es la famosa función- H usada por Boltzmann en su enfoque estadístico de la termodinámica. Evidentemente, $-kH$ representa la entropía media por partícula. A efectos de posteriores referencias, hay que subrayar que H y S varían en sentidos opuestos.

En relación con las fórmulas algebraicas precedentes, hay varios puntos que merecen especial atención. Para empezar, dando por sentado que el desorden es ordinalmente mensurable y que las normas A y B proporcionan tal medición, cualquier función de W monótonicamente creciente puede ser válida para definir el desorden. Sin embargo, la entropía observable es una coordenada física, una variable de estado, relacionada con otras coordenadas físicas de acuerdo con la fórmula clásica mencionada en el capítulo anterior:

$$(7) \quad \Delta S = \Delta Q/T.$$

En consecuencia, cualquier definición aceptable de entropía basada en el orden debe conducir en todos los casos a los mismos valores que la fórmula (7). La cuestión que se plantea entonces es la siguiente: ¿satisface la fórmula (2) de Boltzmann esa condición específica? Curiosamente, a pesar de que esta cuestión es crucial para el valor operativo del nuevo enfoque,

no ha recibido prácticamente ninguna atención. Siempre que se ha ofrecido una justificación de la fórmula de Boltzmann, ha sido en base a razones puramente formales, como, por ejemplo, la condición de que la entropía total de dos sistemas independientes debe ser la suma de las entropías individuales; en otras palabras, que la entropía debe ser una variable subsumible⁷. El problema que se oculta tras esa argumentación se encuentra relacionado con la distinción entre un número cardinal débil y una entidad cardinal, distinción introducida en el Capítulo IV, Sección 2. En efecto, la única fórmula por la que la entropía se define en relación a ciertas variables de estado directamente observables es la relación diferencial (7). Todo lo que podemos decir de acuerdo con esta fórmula fundamental (y operativa) es que la entropía es una variable cardinal débil. Evidentemente, podemos elegir cualquier ejemplo como origen arbitrario de una escala cardinal débil y, alternativamente, podemos atribuir a cualquier ejemplo algún valor particular. Desde esta perspectiva, Boltzmann se encontraba perfectamente justificado cuando propuso que el valor de la entropía de un estado caótico (un estado en equilibrio termodinámico) viene dado por la ecuación (2). Sin embargo, continuar diciendo, después de todo lo que sabemos, que la ecuación (2) mide también la entropía, tal como se encuentra ésta definida por la ecuación (7), para cualquier otro estado representa un paso gratuito.

Como ya he resaltado en el capítulo anterior (nota 65), la Ley de Nernst refuerza aún más la opinión de que la entropía —considerada como coordenada física mensurable— es una variable cardinal débil, y ello porque esa ley dice que en realidad no podemos alcanzar el nivel «cero» de entropía al igual que no podemos atribuir un origen al Tiempo. La similitud no se acaba aquí. De igual modo, la suma de dos entropías del universo en dos momentos diferentes no tiene más sentido que el de la suma de dos datos cronológicos. Puede que se trate aquí del punto de vista de un purista —como lo desdeña Planck—, pero sin él no nos daríamos cuenta de la prestidigitación con la que justifica la validez general de la ecuación (2) y, de paso, transforma la entropía en una entidad cardinal⁸. En efecto, debemos a Planck la idea de imponer, sin más ni más, la condición subsumible de la entropía. Tenemos por tanto que preguntar si esta operación sobre el papel se encuentra relacionada con la solidez de los hechos. Nadie ha demostrado hasta ahora que lo esté; en realidad, podemos asegurar lo contrario sin ningún género de dudas. Como Khinchin lo puso claramente de manifiesto, todos los intentos de establecer la equivalencia de las ecuacio-

⁷ Por ejemplo, Planck, *Theory of Heat*, p. 227.

⁸ En lo que respecta a esta crítica de la perspectiva purista y a su demanda de una medida «absoluta» (cardinal) de la entropía, véase Max Planck, *The New Science* (Nueva York, 1959), pp. 132-136 y 142 y s.

nes (2) y (7) para todos los casos se fundamentan en «un conglomerado de errores lógicos y matemáticos [y] en una confusión general en la definición de las cantidades básicas»⁹.

Ahora bien, incluso aunque garanticemos la equivalencia para todos los casos, existe un problema todavía más formidable: ¿cómo puede deducirse la nueva formulación de la Ley de la Entropía a partir de las leyes de la mecánica que, de acuerdo con el punto de partida de Boltzmann, rigen los movimientos de las partículas? Nuevas argumentaciones se acumularon procedentes de numerosas fuentes autorizadas. En este caso, como vamos a ver ahora, el problema lógico sigue estando tan abierto como cuando estalló al principio¹⁰.

Que el enfoque de Boltzmann precisa una justificación lógica con mayor urgencia que otros problemas abiertos de la física viene demostrado por el hecho de que, con el tiempo, se descubrió que su fórmula para W no satisface todas las condiciones. Con el fin de insertar nuevos hechos en la ecuación (5), hubo que establecer dos nuevos estadísticos, el Bose-Einstein y el Fermi-Dirac¹¹, lo que demuestra de la forma más elocuente que la doble arbitrariedad implícita en la regla B debe finalmente arruinar cualquier tentativa de establecer microestados y macroestados a través de consideraciones puramente formales¹².

Aunque cada uno de los problemas que se han discutido hasta ahora pone al descubierto algún defecto de las bases sobre las que descansa la medida del desorden, son todos ellos de una simplicidad elemental. Difícilmente pueden justificar, por tanto, la confesión, ocasional pero sorpren-

⁹ A. I. Khinchin, *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics* (Nueva York, 1949), pp. 137-142.

¹⁰ El problema comenzó su controvertida historia en las páginas del *Philosophical Magazine* a mediados de la década de 1880. Los volúmenes de *Nature* correspondientes a los años 1894 y 1895 contienen también una amplia serie de aportaciones a la controversia. Un síntoma evidente de la falta absoluta de progreso es el hecho de que un resumen muy competente de la controversia, publicado en alemán en 1912, sigue siendo tan actual que se ha traducido recientemente al inglés: Paul y Tatiana Ehrenfest, *The Conceptual Foundations of the Statistical Approach in Mechanics* (Ithaca, N. Y., 1959).

¹¹ Schrödinger, *Science, Theory, and Man*, pp. 212 y ss. También R. W. Gurney, *Introduction to Statistical Mechanics* (Nueva York, 1949), pp. 1-6 y 47-49. Utilizando nuestro ejemplo elemental, en el estadístico Bose-Einstein no se cuentan como microestados distintos las ordenaciones 1(2) y 1(3) de nuestra Tabla 2. Por su lado, en el estadístico Fermi-Dirac ningún «espacio» puede ser ocupado por más de una partícula; así pues, si para este caso se ignora el estado B_i únicamente 1(2) y 1(3) son ordenaciones válidas. Para el mismo macroestado, W es máximo para el estadístico de Boltzmann y mínimo para el de Fermi-Dirac. Hay que subrayar también que J. Willard Gibbs, en *Elementary Principles in Statistical Mechanics* (Nueva York, 1960), p. 183, propone tres análogos estadísticos diferentes de la entropía. El hecho de que todas estas definiciones sean asintóticamente equivalentes no refuta la arbitrariedad parcial de las reglas por las que puede definirse la entropía del orden.

¹² Véase mi crítica a la doctrina de la probabilidad de Carnap, en un trabajo reimpreso en *AE*, «The Nature of Expectation and Uncertainty» (1958), Sección IV. Se encuentra más allá de toda duda que las consideraciones formales son con frecuencia fuente de inspiración fructífera. Su peligro reside en nuestra inclinación a olvidar después su carácter insustancial. Un ejemplo tópico de este peligro es la pretendida identidad entre la entropía física y «la cantidad de información» tal como se define en la informática. Véase el Apéndice B de este volumen.

dente, de que el concepto de entropía estadística «no es fácilmente comprendido ni siquiera por los físicos»¹³. En lo que se refiere a los puros hechos, sabemos que incluso desde su concepción la entropía estadística ha sido objeto de serias críticas y que lo sigue siendo. Aunque los riesgos a que se enfrentan las opiniones expresadas por un profano son tanto mayores en una situación como ésta, quiero sugerir que la raíz de la dificultad estriba en el paso en el que se dota a la entropía estadística de un significado adicional distinto del de un índice del desorden.

2. *Entropía y probabilidad.* Con la finalidad de aislar los problemas, vamos a dejar de lado la cuestión de si el desorden es ordinalmente mensurable. En esta situación, es evidente que no habría error alguno si se eligiese el índice de desorden calculado de acuerdo con los principios A y B, *siempre que el índice así obtenido satisfaga los hechos descritos por la Ley de la Entropía en su nueva formulación*, es decir, siempre que el índice de cualquier sistema aislado aumente con T . (Para la discusión de este problema, podemos apartar también la cuestión de si los valores de las ecuaciones (2) y (7) coinciden siempre necesariamente). El aspecto que deseo subrayar ahora es elemental: A partir del hecho de que A y B sirven también como reglas para calcular la probabilidad laplaceana, *no tiene que derivarse que el índice de desorden sea una probabilidad*¹⁴, porque, como debería ser ya evidente, el grado de desorden puede definirse por otras reglas apropiadas además de A y B. Por ejemplo, puede ser definido por la fórmula¹⁵

$$(8) \quad S^* = -k \sum N_i^2 / N^2.$$

Así pues, cada versión de la mecánica estadística adopta la postura de que el índice de desorden calculado de acuerdo con A y B representa al mismo tiempo *la probabilidad física de que ocurra el correspondiente macroestado*. Es este paso, gracias al cual la entropía adquiere un doble significado, lo que constituye el vínculo más crítico en la estructura lógica de la nueva termodinámica.

Es muy elemental que si un sistema está regido por leyes rígidas —como las de la mecánica— pasa de un microestado a otro en una sucesión que se encuentra totalmente determinada por tales leyes. Como consecuencia de ello, puede parecer paradójico que la interpretación probabilística haya encontrado sus más acérrimos defensores entre los que profesan un entu-

siasmo sin límites por la supremacía de la mecánica como ley de la Naturaleza. En realidad, esta interpretación nació con Boltzmann, quien también es conocido por predicar que «la observación más superficial muestra que las leyes de la mecánica no están limitadas exclusivamente a la Naturaleza inanimada»¹⁶. Sin embargo, la paradoja desaparece si tenemos en cuenta que la probabilidad se introdujo en la termodinámica precisamente para salvar la representación mecanicista de la Naturaleza.

Lo que ha ayudado al extraño matrimonio entre la mecánica, paradigma del determinismo, y la probabilidad, expresión de un factor incontratable, es la formidable complejidad de un sistema de numerosas partículas que se mueven de acuerdo con leyes mecánicas. En una estructura de tal complejidad, puede encontrarse con facilidad un punto tras otro en los que, cada vez, podría tenerse esperanzas de que apoyasen una nueva construcción teórica. La historia de la mecánica estadística es simple: tan pronto se cuestionaba o refutaba una versión, se ofrecía en su lugar otra de un nivel todavía más complejo. Las sucesivas aportaciones de Boltzmann ilustran esta cuestión de modo tan amplio como instructivo.

En su primera contribución a la mecánica estadística —o a la teoría cinética de los gases, como prefería llamarla—, Boltzmann pulió un anterior resultado de Maxwell. Pero, a diferencia de su predecesor, Boltzmann reclamó también para tal resultado una validez más allá de toda duda. La proposición de que se trata es la siguiente:

Si un macroestado tiene una estructura caótica, conservará esa estructura para siempre; si no tiene una estructura caótica, tenderá necesariamente a ella.

Puesto que la entropía es máxima para el estado caótico, la proposición es equivalente a la Ley de la Entropía en su forma *fuerte*, esto es, no como afirmación probabilística. Dado que la función- H definida por la ecuación (6) puede tomarse como medida de la desviación de un macroestado con respecto a la estructura caótica, Boltzmann formuló su resultado como la desigualdad $dH/dt \leq 0$ y lo denominó «teorema- H », expresión que iba a ser famosa¹⁷. La afirmación de Boltzmann —realmente impresionante— fue que el teorema seguido solamente por las ecuaciones hamiltonianas de movimiento estaba complementado por un postulado *estadístico* relativo a la existencia de colisiones entre las partículas del sistema. El postulado dice:

La proporción de partículas en cualquier estado que pasa a otro estado durante un pequeño intervalo, Δt , es la misma para todos los estados iniciales y finales.

¹⁶ L. Boltzmann, *Populäre Schriften* (Leipzig, 1905), p. 312. La traducción es mía.

¹⁷ L. Boltzmann, «Weitere Studien über Wärmegeleichtigkeit unter Gasmolekülen (H-Theorem)», *Sitzungsberichte der K. Wiener Akademie*, LXVI (1872), pp. 275-370, y su *Lectures on Gas Theory* (Berkeley, 1964), pp. 50-55.

¹³ D. ter Haar, «The Quantum Nature of Matter and Radiation», en *Turning Points in Physics*, R. J. Blin-Stoyle, et al. (Amsterdam, 1959), p. 37. También K. Mendelsohn, «Probability Enters Physics», en el mismo volumen, pp. 49 y s.

¹⁴ Una observación anterior (Capítulo IV, Sección 6) ilustra este aspecto. A partir del hecho de que las mismas proposiciones describen tanto una estructura geométrica como otra social, no se sigue que los individuos y sus asociaciones sean puntos y líneas.

¹⁵ Al igual que S de la fórmula (5), S^* es máximo para $N_i = N/m$, $i = 1, 2, \dots, m$, y mínimo para $N_i = N$. Véase el Apéndice B de este volumen.

Evidentemente, esta hipótesis puede hacerse para cualquier estado inicial sin violar las leyes de la mecánica: estas nos permiten elegir las condiciones iniciales que deseemos. Ahora bien, si el álgebra utilizado para probar el teorema- H ha de tener alguna importancia física, el postulado debe completarse también con el estado alcanzado al final de Δt . Por otra parte, al estar los movimientos de las partículas rigidamente determinados por las leyes de la mecánica, no podemos dar por sentada esa condición, y el problema reside en que, a no ser que se elija especialmente el sistema, la validez del postulado estadístico no pasará de un estado al siguiente¹⁸. Si se aceptase la opinión de que el postulado está realmente satisfecho por todos los sistemas, seguiría existiendo una respuesta la cuestión de por qué, volviendo a $t = -\infty$, todos los estados iniciales serían especiales en este sentido.

La primera voz autorizada que se alzó contra el teorema- H fue la de Loschmidt. Sencillamente observó que si un sistema determinado evoluciona de forma que la función- H decrece de modo constante —como afirmaba Boltzmann—, al invertir las velocidades de todas las partículas en cualquiera de sus estados posteriores obtenemos un sistema para el que, de acuerdo con las leyes de la mecánica, aumenta H . «Es obvio que, de forma completamente general, en cualquier sistema todo el desarrollo de los acontecimientos debe seguir el orden inverso si se invierten repentinamente las velocidades de todos los elementos»¹⁹. La imposibilidad elemental de deducir una ley unidireccional a partir de las leyes reversibles de la mecánica entró de nuevo en el debate. Ahora bien, cuando se defienden a cualquier precio posiciones insostenibles, hay que esperar que se manipule a la lógica. Así, no hay que sorprenderse de ver que se hacía caso omiso de la cuestión fundamental en la prueba del teorema- H invocada inmediatamente después contra la objeción planteada por Loschmidt por parte de los defensores de ese teorema, incluido el propio Boltzmann²⁰. Todos ellos contraatacaron diciendo que, puesto que nada garantiza que el sistema inverso satisfaga el postulado de la colisión, la crítica de Loschmidt es inútil.

Sin embargo, al final de todo la crítica impulsó a Boltzmann a buscar una nueva interpretación de su teorema- H . Fue entonces cuando estableció los tres principios que han sido aceptados desde ese momento como los artículos de fe de la mecánica estadística²¹. El primer principio identi-

¹⁸ Todos los aspectos anteriores sobre el teorema- H pueden ilustrarse por medio de un modelo que, aunque relativamente simple, debe relegarse al Apéndice técnico C de este volumen.

¹⁹ J. Loschmidt, «Über den Zustand des Wärmegleichgewichtes eines Systems von Körpern mit Rücksicht auf die Schwerkraft», *Sitzungsberichte der K. Wiener Akademie*, LXXIII (1876), p. 139 (la traducción es mía); también, Ehrenfest, *Conceptual Foundations*, pp. 14 y s.

²⁰ Véase, por ejemplo, S. H. Burbury, «Boltzmann's Minimum Function», *Nature*, LI (1894), pp. 78, y (1895), 320, y Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, pp. 58 y s.

²¹ L. Boltzmann, «Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung respektive den Sätzen über das Wärmegleichgewicht», *Sitzungsberichte der K. Wiener Akademie*, LXXVI (1877), pp. 373-435. Las citas que siguen son traducciones mías.

ca «la magnitud habitualmente denominada entropía con la probabilidad del correspondiente [macro]estado». El segundo proclama que todos los microestados son igualmente probables. El tercero continua diciendo que el aumento de entropía «no puede significar más que la probabilidad del estado del sistema de partículas debe aumentar constantemente: el sistema puede pasar solamente de un estado a otro más probable». El cambio producido es básico: el comportamiento de la función- H no está sujeto ya a la estricta ley $dH/dt \leq 0$ sino a las leyes generales de la probabilidad interpretadas de forma especial por ese tercer principio. Casi ninguna huella del ferviente entusiasmo de Boltzmann por la mecánica se encuentra presente ya en su admisión explícita de que el teorema- H y la Ley de la Entropía son «exclusivamente teoremas de probabilidad [que] nunca pueden probarse matemáticamente a través sólo de las ecuaciones de la dinámica»²². Y creía que sobre esta base podría justificar también el postulado estadístico de su primitiva prueba del teorema- H al afirmar que ese postulado significa solamente «que las leyes de la probabilidad son aplicables al descubrimiento del número de colisiones»²³. Mas, cuando esta nueva posición llegó a ser también duramente atacada, Boltzmann intentó demostrar con ayuda de algunas analogías que la Ley de la Entropía se deriva simplemente del hecho de que el estado caótico es el más probable y que, de forma implícita, la curva- H se compone principalmente de «picos»²⁴. Sin embargo, esas analogías no tenían la exactitud necesaria para la cuestión ni la trataban con precisión suficiente²⁵.

Sobre semejante base, Boltzmann afirmó que había resuelto la objeción de Loschmidt²⁶. Admite realmente que si para cualquier sistema la función- H decrece constantemente durante el intervalo temporal (t_0, t_1) , H aumentará exactamente en el orden inverso si todas las velocidades se invierten en t_1 , pero se opone a la objeción de Loschmidt afirmando que si «se invierten todas las velocidades en el tiempo t_0 no se llega de ningún modo a un movimiento para el que deba crecer H ; por el contrario, H seguirá probablemente decreciendo»²⁷. Es evidente, no obstante, que, para que eso sea cierto, la curva- H debe tener un «pico» en t_0 . Pero, incluso

²² L. Boltzmann, «On Certain Questions of the Theory of Gases», *Nature*, LI (1895), p. 414.

²³ L. Boltzmann, «On the Minimum Theorem in the Theory of Gases», *Nature*, LII (1895), p. 221. Del mismo carácter, e igualmente incomprensible, es la respuesta de Borel a la objeción de Loschmidt; a saber, que la inversión de todas las velocidades es «físicamente imposible». Émile Borel, *Mécanique statistique classique* (París, 1925), pp. 59 y s.

²⁴ Boltzmann, «On Certain Questions», p. 415; véase también su «Über die sogenannte H -curve», *Mathematische Annalen*, L (1898), pp. 325-332.

²⁵ Para más detalles, véase el Apéndice D de este volumen.

²⁶ Muchos suscribieron por completo esa afirmación, por ejemplo, Ehrenfest, *Conceptual Foundations*, pp. 32-38.

²⁷ Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, pp. 58 y s. Sobre esta cuestión, véase el Apéndice C de este volumen.

aunque sea ese el caso, la argumentación no tiene relación alguna con la objeción de Loschmidt. Sin tener en cuenta cuán frecuentes o infrecuentes son los picos de la curva- H y tomando el caso verdaderamente considerado por Boltzmann, se puede invertir todas las velocidades en cualquier t' tal que $t_0 < t' < t_1$ y obtener un movimiento para el que H aumente. Este caso, y no otro, es pertinente para la objeción de Loschmidt.

Sobre la misma base del enfoque probabilístico, podemos ver que, al ser t un intervalo temporal determinado, hay tantos casos en los que H decrece en un intervalo ($t^0, t^0 + t$) como aquellos en los que H crece en un intervalo congruente ($t^1, t^1 + t$). La curva- H es necesariamente simétrica en este sentido específico, debido simplemente a que la noción de probabilidad física basada exclusivamente en consideraciones mecánicas es totalmente dependiente de la dirección temporal²⁸. En otras palabras, si se aceptúan los «picos» y los «valles», hay tantos momentos en los que la entropía de un sistema aumenta como aquellos en los que disminuye. Evidentemente, este aspecto priva de casi toda importancia a la Ley de la Entropía de Boltzmann. Si, como parece, la cuestión ha pasado desapercibida, se debe probablemente a que la discusión de la curva- H condujo a la impresión de que la curva debe estar compuesta necesariamente de ondas inmensamente largas. La misma idea aparece de nuevo en la respuesta de Boltzmann a otra objeción planteada más tarde por E. Zermelo²⁹.

Zermelo invocó un famoso teorema de Poincaré que dice que todo sistema mecánico aislado en el que las posiciones y las velocidades de las partículas permanecen dentro de ciertos límites volverá a cualquier estado anterior bien exactamente (por lo tanto, *periódicamente*) o aproximadamente (por lo tanto, *cuasi periódicamente*)³⁰. En consecuencia, afirmaba Zermelo, la función- H de cualquier sistema descrito por las ecuaciones ortodoxas de la dinámica debe volver, más pronto o más tarde, a cualquier valor previo, si no exactamente, al menos aproximadamente.

En su réplica, Boltzmann sostuvo que, lejos de refutar su teorema- H , la puntualización de Zermelo lo confirmaba. Tal como lo expresó, de acuerdo con su teoría, «un sistema cerrado de un número finito de moléculas, cuando se encuentra inicialmente en un estado ordenado y pasa después a un estado desordenado, por último, tras un *tiempo inconcebiblemente largo*, debe volver de nuevo al estado ordenado»³¹. Debería ser obvio, empero, que la argumentación es engañosa: de acuerdo con el punto de

vista probabilístico en base al cual se ha demostrado el teorema- H , nada impide que el estado desordenado vuelva al estado ordenado tras un *tiempo sorprendentemente corto*. Una y otra vez, Boltzmann se trasladó de una base axiomática a otra de acuerdo con las necesidades del momento. En efecto, para poner de manifiesto el mucho tiempo que tarda el orden en volver a ser orden, Boltzmann supuso que un sistema mecánico debe pasar por *todos los posibles estados consistentes con su energía total* antes de regresar al mismo estado³².

La hipótesis fue utilizada ya por Maxwell, quien justificó su plausibilidad por razones estadísticas, como una consecuencia del gran número de colisiones de las partículas con la pared del recipiente³³. La opinión general es que, de modo semejante, Boltzmann la consideró como una faceta del artículo principal de la fe estadística, esto es, que todos los estados microscópicos son igualmente probables. Más probablemente, creyó que la propiedad era una consecuencia de las leyes de la mecánica: en su obra recién citada, Boltzmann la pone en relación con el teorema de Poincaré, una proposición de la mecánica pura. Todos estas diversas ideas reflejan con claridad el embrollo que, desde el principio hasta la actualidad, ha rodeado a esta hipótesis vital para la interpretación probabilística de la entropía.

3. *La hipótesis ergódica y el teorema ergódico*. La propiedad anteriormente mencionada, que Maxwell y Boltzmann atribuían a todo sistema mecánico y de acuerdo con la cual todo sistema de ese tipo pasa sistemáticamente por todos los estados compatibles con su energía total, ha llegado a ser conocido como el principio *ergódico*, expresión acuñada por el propio Boltzmann. Sin embargo, «la hipótesis ergódica» parece una etiqueta mucho más segura. Durante muchos años, la hipótesis fue defendida y atacada con todo tipo de argumentaciones. En último término, se descubrió que, con excepción de unos pocos casos sin interés en el espacio unidimensional, ningún sistema mecánico puede satisfacerla. Con la moderna teoría de la medición, esa imposibilidad es ya un lugar común. La idea fundamental puede explicarse de modo intuitivo gracias a un ejemplo elemental que demostrará ser instructivo desde otros puntos de vista.

Imaginemos una única partícula moviéndose sin fricción como una bola perfectamente elástica sobre una mesa de billar horizontal, circular y también perfectamente elástica. Sea la posición inicial de la bola L_0 y el vector de velocidad inicial en el sentido L_0A_1 (Figuras 1 y 2). Como consecuencia de la ley de la reflexión elástica, la bola se moverá con velocidad uniforme sobre una senda $A_1A_2A_3...$ tal que cualquier arco A_nA_{n+1} es igual a aquel arco AA_1 que no es mayor que π . Indicando este último arco por $r\pi$,

²⁸ Véase mi artículo, «The Nature of Expectation and Uncertainty» (1958), reimpresso en *AE*, p. 251.

²⁹ E. Zermelo, «Über einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie», *Annalen der Physik und der Chemie*, LVII (1896), pp. 485-494; también Ehrenfest, *Conceptual Foundations*, pp. 15 y s. Aparentemente, Zermelo aceptó los contraargumentos a la objeción de Loschmidt.

³⁰ Henri Poincaré, «Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique», *Acta Mathematica*, XIII (1890), pp. 67-73 (especialmente).

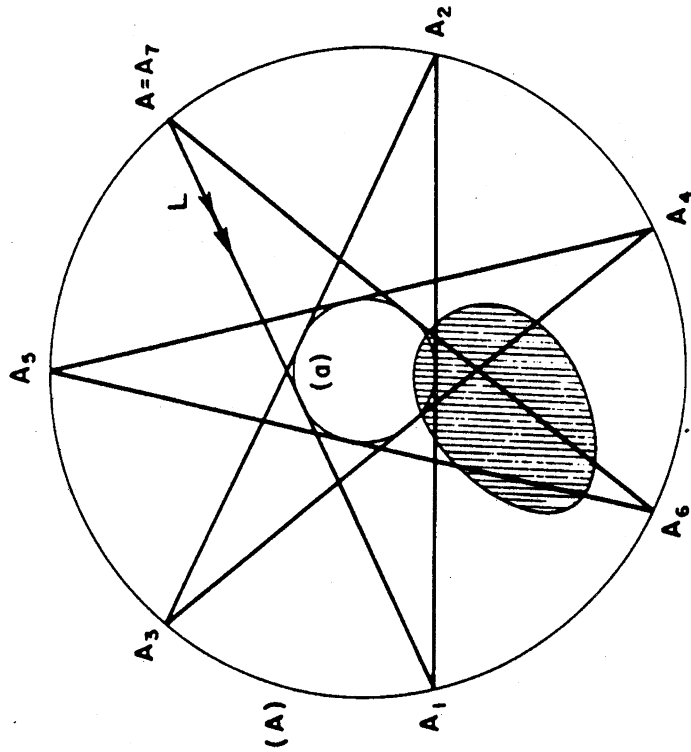
³¹ Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, p. 443. Las cursivas son mías.

³² L. Boltzmann, «Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo», *Annalen der Physik und der Chemie*, LVII (1896), pp. 783 y s.

³³ J. Clerk Maxwell, *Scientific Papers* (2 volúmenes, Cambridge, Engl., 1890), II, pp. 714 y s.

$0 < r \leq 1$, hay que distinguir dos casos. Si r es un número racional, la bola describirá un polígono bastante regular (Fig. 1); por lo tanto, el sistema volverá a cualquier estado previo (lo que incluye la posición y el sentido del vector de velocidad). El movimiento del sistema es *periódico*. Si r es un número irracional, la senda es una línea poligonal abierta; ningún A_n coincide con A (Fig. 2). La bola no volverá nunca a la misma posición sobre el círculo (A). Dentro del círculo, puede pasar de nuevo por el mismo punto, pero no más de una vez, por la sencilla razón de que únicamente dos curvas de la misma longitud pueden pasar por un punto interior. Pero incluso si la bola vuelve a una posición previa, su vector de velocidad no tiene en absoluto el mismo sentido que antes. Ahora bien, tras un tiempo suficientemente largo, el sistema volverá a cualquier estado previo lo más cerca que podamos desear³⁴. Podemos decir que un sistema semejante es *casi periódico*. Ambos casos ilustran la esencia del teorema de Poincaré mencionado en la sección precedente.

Figura 1

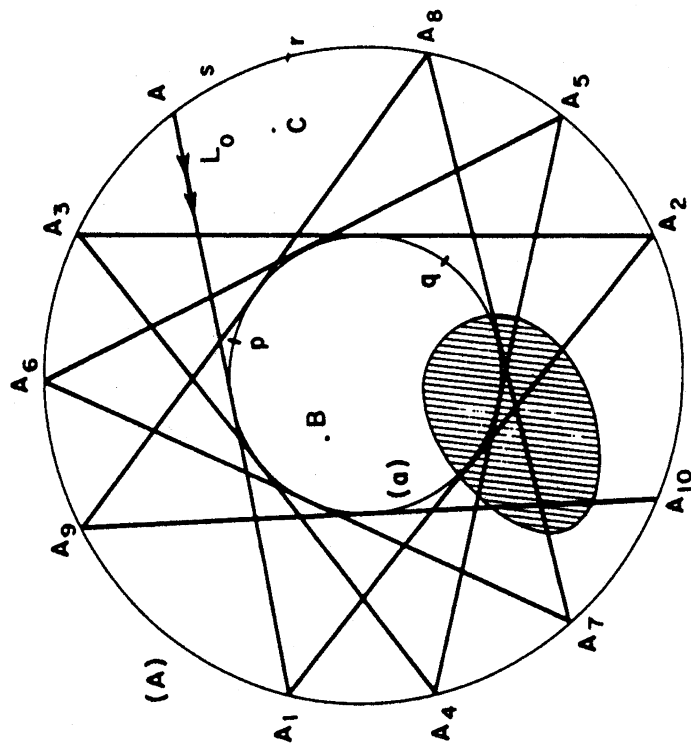


³⁴ Las proposiciones relativas al caso de la Fig. 2 son tan intuitivas que no creo necesario incluir aquí las correspondientes demostraciones. Estoy seguro de que el lector interesado no tendrá dificultad alguna para proporcionarse por sí mismo esas simples demostraciones.

Observemos ahora que el mero conocimiento de la *magnitud* de la velocidad inicial de la bola no suministra información alguna sobre el movimiento del sistema, es decir, sobre la senda $A_1 A_2 A_3 \dots$. Por consiguiente, todas las sendas semejantes son consistentes con cualquier *magnitud* de la velocidad de la bola, así como con cualquier cantidad de la energía total del sistema. En resumen, para que la hipótesis ergódica sea cierta, todo movimiento *individual* debe pasar a través de cualquiera de los puntos del campo (A) no solamente una vez sino infinitas veces, cada una de ellas desde una dirección distinta.

El caso de la Fig. 1 muestra sin género de duda cuán absurda es esa hipótesis, pero quizá pudiese contestarse (en el estilo actualmente dominante) que, debido a que los números racionales r forman un conjunto de medida cero en el intervalo $(0,1)$, no deberíamos prestar atención alguna a este caso. Sin embargo, la Fig. 2 muestra que, incluso aunque r sea irracional, el sistema no pasará a través de cualquier punto B interior al círculo (a), aunque tal posición sea consistente con la energía total del sistema. Al elaborar argumentos *ad hoc* para enfrentarse a cualquier objeción, puede replicarse que la hipótesis ergódica se satisface en último término dentro del área comprendida entre los círculos (a) y (A). Ahora bien, esto es igualmente inútil. Es cierto que cualquier senda individual semejante a la de la Fig. 2 pasa todo lo cerca que deseemos de cualquier punto C interior al

Figura 2



anillo, pero, como puede observarse con facilidad a la vista de la geometría de la situación, el sentido de la velocidad en C no puede encontrarse dentro de los ángulos pCq o rCs ³⁵.

Las esperanzas despertadas por la explosión de la hipótesis ergódica resultaron gracias a una nueva idea. Esta idea, a la que es adecuado referirse como hipótesis *cuasi ergódica*, consiste en que un sistema mecánico abandonado a sí mismo se acercará tanto como deseemos a cualquier estado consistente con su energía total. Más concretamente, el espacio escalonado en el que se representan todos los estados está dividido en volúmenes pequeños e *iguales* a los que podemos referirnos como estados *brutos*. La hipótesis dice que el sistema pasará a través de todo volumen semejante que contenga un estado consistente con la energía total dada. Ahora bien, las observaciones del párrafo anterior ponen de manifiesto que ni siquiera esa hipótesis más débil puede satisfacerse siempre. Es cierto que E. Fermi demostró que, si un sistema dinámico *general* satisface algunas condiciones analíticas relativamente simples, el sistema es cuasi ergódico. En esta ocasión, el estribillo de que habría que ignorar también los sistemas que no satisficieran totalmente las condiciones del teorema debido a que configurarían una reducida categoría animó la controversia hasta las nuevas alturas en las que ha permanecido desde entonces. No hay que asombrarse de que pasase desapercibido un elemento importante de la demostración de Fermi; se trata del hecho de que la comprobación excluye implícitamente los sistemas *especiales* en los que las partículas colisionan entre sí o con las paredes del recipiente (caso en el que la velocidad del vector varía de forma discontinua). Y me temo que la misma hipótesis oculta arroja enormes dudas sobre la pretendida importancia de muchos otros teoremas relacionados con los aspectos estadísticos de los sistemas mecánicos³⁶.

La hipótesis cuasi ergódica siguió sin proporcionar una base operativa adecuada para la interpretación probabilística, ya que tal hipótesis por sí misma no dice nada sobre las frecuencias relativas con las que los diferentes estados se suceden en la historia de un sistema concreto. La respuesta a esa cuestión llegó únicamente en 1931 a partir de una proposición demostrada por G. D. Birkhoff, proposición conocida actualmente como teorema cuasi ergódico o, sencillamente, teorema ergódico³⁷.

³⁵ No es preciso añadir nada más para ver la fantástica exageración de la cifra «mágica» de 10^{10} años para el tiempo de retorno a la que llegó Boltzmann en el caso de la hipótesis ergódica. Véase la Sección 3 del Apéndice F de este volumen.

³⁶ Las condiciones supuestas por el teorema de Fermi se explican detalladamente en el *résumé* de la prueba elaborado por D. ter Haar, «The Foundations of Statistical Mechanics», *Reviews of Modern Physics*, XXVII (1955), pp. 328 y s. En lo que atañe a otro teorema sobre la misma cuestión, véase la nota 45 posterior.

³⁷ G. D. Birkhoff, «Proof of a Recurrence Theorem for Strongly Transitive Systems», *Proceedings of the National Academy of Science*, XVII (1931), pp. 650-655.

Para llevar a cabo una ilustración elemental, aunque penetrante, de este teorema, vamos a suponer que hay en total diez «estados» posibles, clasificados como 0, 1, 2, ..., 9. Definamos la ecuación de transformación por

$$(9) \quad T = \begin{pmatrix} 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ 5, 8, 6, 1, 9, 3, 4, 0, 2, 7 \end{pmatrix},$$

en la que cada cifra de la segunda fila indica el estado que sigue al que figura inmediatamente encima de ella. En este caso, hay sólo diez «sistemas», empezando cada uno de ellos por uno de los diez «estados». Así, por ejemplo, la historia del sistema que comienza por el estado «8» viene descrita por la secuencia infinita

$$(10) \quad \Sigma (8, 2, 6, 4, 9, 7, 0, 5, 3, 1, 8, 2, 6, 4, \dots)$$

en la que la secuencia finita de los diez primeros estados se repite indefinidamente. Supongamos que N_1 indica el número entero escrito con esa secuencia finita, $N_1 = 826...1$. Alternativamente, podemos definir Σ_1 por la secuencia de los decimales de la fracción

$$(11) \quad n_1 = N_1 / (10^{10} - 1).$$

De modo semejante, la historia del sistema que comienza por el estado «1» viene dada por los decimales de la fracción

$$(12) \quad n_2 = N_2 / (10^{10} - 1),$$

donde $N_2 = 10N_1 - 8(10^{10} - 1)$. De la misma forma, podemos describir la historia de todos los restantes sistemas a través de un número n_k .

Es importante poner de relieve las propiedades fundamentales de la función de transformación (9). En primer lugar, cada estado se transforma en un único estado y a la vez es el resultado de la transformación de un solo estado. Podemos decir que la ecuación (9) es una correspondencia unívoca que transforma el conjunto de *todos* los estados en sí mismo. En segundo lugar, por la misma transformación, un subconjunto de i estados diferentes se transforma en un subconjunto de exactamente i estados diferentes³⁸. Así, por ejemplo, el subconjunto de cuatro estados (1, 3, 4, 7) se transforma en el subconjunto de cuatro estados (8, 1, 9, 0). En tercer lugar, como se demuestra fácilmente, ningún subconjunto propio del conjunto de todos los estados se transforma en sí mismo. Una transformación que satisfaga todas esas condiciones se conoce por tener la propiedad denominada indistintamente *transitividad métrica, indescomponibilidad o ergodicidad*³⁹. El teore-

³⁸ En el caso de T , esta propiedad se deduce de la anterior, lo que ya no es cierto si el conjunto de todos los estados posibles tiene la facultad del continuo. Véase el Apéndice E de este volumen.

³⁹ Véase P. R. Halmos, *Lectures on Ergodic Theory* (Tokio, 1956), p. 25.

ma de Birkhoff dice que, dejando de lado el estado inicial, el sistema pasará en ese caso a través de cualquier estado posible y que cada estado aparecerá con la misma frecuencia relativa (en el límite). Para un sistema definido por T , ese límite es, por tanto, $1/10$.

Dado que a veces se pasa por alto este punto, hay que subrayar que el propio Birkhoff empleó la expresión «ergódica» para una transformación que satisface exclusivamente las dos primeras condiciones expuestas en el párrafo anterior⁴⁰. La diferencia esencial se ilustra fácilmente gracias a la transformación unívoca

$$(13) \quad T^* = \begin{pmatrix} 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ 9, 4, 8, 0, 2, 7, 3, 1, 5, 6 \end{pmatrix},$$

que es ergódica en el sentido de Birkhoff, pero no en sentido estricto. En efecto, T^* es *descomponible* en dos transformaciones

$$(14) \quad T' = \begin{pmatrix} 1, 2, 4, 5, 7, 8 \\ 4, 8, 2, 7, 1, 5 \end{pmatrix} \quad T'' = \begin{pmatrix} 0, 3, 6, 9 \\ 9, 0, 3, 6 \end{pmatrix}.$$

Esto significa que T^* transforma en sí mismos cada uno de los dos subconjuntos propios $(1, 2, 4, 5, 7, 8)$ y $(0, 3, 6, 9)$. Como resultado de esa descomposición, *un sistema que comience por un estado de uno de esos subconjuntos nunca asumirá un estado del otro subconjunto*. Es decir, la historia de un sistema que comience por el estado «1» viene descrita por los decimales de

$$(15) \quad n_1' = \frac{1}{7},$$

y la del sistema que comience por «0», por los decimales de

$$(16) \quad n_1'' = \frac{963}{9999} = \frac{107}{1111}.$$

Como consecuencia de todo ello, no podemos decir que cualquier estado aparecerá en la historia de cualquier sistema (como sucedía en el caso de T). Sin embargo, todos los estados que *realmente* aparecen en la historia de un sistema aparecerán con la *misma* frecuencia relativa. Lo que sucede es

que esa frecuencia relativa no es la misma para *todos* los estados posibles. Los seis estados $(1, 2, 4, 5, 7, 8)$ aparecen con la misma frecuencia relativa, $1/6$, en la historia de cualquier sistema que comience por uno de esos estados. Los otros cuatro estados aparecerán con la misma frecuencia relativa, $1/4$, en cualquiera de los otros sistemas. Hay que resaltar también que, cualesquiera que sean el sistema y la transformación (T o T^*), es aplicable el teorema de Poincaré: el sistema vuelve periódicamente a cualquier estado *previo*, lo que no significa a *cualquier estado posible*.

Existen, por tanto, dos teoremas que han de distinguirse claramente entre sí. Empezando por su transcendencia para nuestro asunto, hay que recordar una importante propiedad de una clase muy extensa de sistemas mecánicos: la transformación de un estado de semejante sistema general en el estado asumido después de un intervalo constante de tiempo es ergódica en el sentido de Birkhoff⁴¹. Por consiguiente, en la historia total de un sistema general, cualquier microestado bruto consistente con la energía total de ese sistema aparece con una frecuencia relativa definida, pero únicamente si el sistema es tal que la propia transformación es estrictamente ergódica, es decir, si no es descomponible, podemos afirmar que esa frecuencia es la misma para todos los microestados. Un ejemplo muy oportuno de la diferencia existente entre las dos situaciones lo ofrece nuestra bola de billar. Como puede verse de modo intuitivo en las Figuras 1 y 2, la bola pasará una proporción definida de tiempo en cualquier región determinada (como la sombreada en las figuras), pero esa proporción no es la misma para todos los movimientos consistentes con la energía total supuesta. Evidentemente, el sistema no es ergódico en sentido estricto⁴².

Como lo expresaron posteriormente Birkhoff y Koopman, el resultado es que «la *Hipótesis Cuasi Ergódica* ha sido sustituida por su versión moderna: la *Hipótesis de la Transitividad Métrica*»; y el problema reside en que no existe ningún teorema general sobre las condiciones apropiadas para que un sistema sea métricamente transitivo (esto es, ergódico)⁴³. No cabe duda de que Oxtoby y Ulam han elevado el problema hasta el punto en que el espacio-fase es, a escala topológica, un poliedro «tridimensional o más» y para «grupos continuos de automorfismos [transformaciones] preservadores de la medición, no necesariamente diferenciable o derivable a partir de ecuaciones diferenciales»⁴⁵. Por otro lado, la afirmación de Geor-

⁴¹ Esta propiedad se conoce como teorema de Liouville; a este respecto, véase Khinchin, *Mathematical Foundations* (nota 9 anterior), pp. 15 y s.

⁴² Este punto implica ciertas cuestiones técnicas que pueden ilustrarse a través de un caso más sencillo analizado en el Apéndice E de este volumen.

⁴³ G. D. Birkhoff y B. O. Koopman, «Recent Contributions to the Ergodic Theory», *Proceedings of the National Academy of Science*, XVIII (1932), p. 282.

⁴⁴ Halmos, *Lectures on Ergodic Theory*, p. 96.

⁴⁵ J. C. Oxtoby y S. M. Ulam, «Measure-Preserving Homeomorphisms and Metrical Transitivity», *Annals of Mathematics*, XLII (1941), pp. 875 y s.

⁴⁰ G. D. Birkhoff, «Proof of the Ergodic Theorem», *Proceedings of the National Academy of Science*, XVII (1931), pp. 656-660, y, especialmente, del mismo autor «What Is the Ergodic Theorem?», *American Mathematical Monthly*, XLIX (1942), pp. 222-226.

ge Gamow acerca de que «sus resultados implican que en cierto sentido *casi toda* transformación continua es métricamente transitiva»⁴⁶ refleja la habitual esperanza optimista y contrasta con las sobrias valoraciones del propio autor. Pero, aparte de lo anterior y como ya he dicho, nuestro sencillo modelo de la bola de billar nos advierte que la existencia de colisiones (un rasgo fundamental de cualquier sistema de numerosas partículas) es generalmente incompatible con una transformación continua.

4. *La antinomia de la mecánica estadística.* A partir del momento en que Boltzmann estableció un modelo duradero en este campo, las argumentaciones en defensa de la mecánica estadística han oscilado de forma subrepticia entre dos evangelios diferentes así como entre tres distintas definiciones de entropía. Las demostraciones de algunos teoremas invocan las leyes deterministas de la mecánica, en tanto que otros hacen uso de las leyes aplicables a los fenómenos aleatorios. Utilizando una metáfora de Max Born, todo el edificio teórico de la mecánica estadística se ha erigido de acuerdo con la norma jesuítica: «que tu mano derecha no sepa lo que hace la izquierda». Recordemos al respecto que primeramente la entropía se consideraba sólo una *variable física de estado* y que la Ley de la Entropía tenía únicamente la formulación de Clausius dada en el Capítulo V, Sección 4, anterior. Con Boltzmann⁴⁷, la entropía se empezó a asociar al *grado de desorden* (definido anteriormente). Esta segunda definición condujo a una nueva formulación de la Ley de la Entropía, definición mencionada en la Sección 1 del presente capítulo. El paso así dado fue crucial: un concepto para el que podía obtenerse una medición definida a partir de otras variables instrumentalmente mensurables fue sustituido por otro para el que no existe medición instrumental directa o indirecta.

Ahora bien, si se acepta como plausible la idea de que el calor de un cuerpo *en cada instante* se produce por los movimientos irregulares de sus partículas, la primera definición de entropía puede transformarse fácilmente en un caso particular de la segunda. Del mismo modo, si se acepta que la Ley de la Entropía (interpretada como orden) es una oscura ley de la Naturaleza, la formulación clásica resulta ser un caso particular (¡mas no a la inversa!). Sin embargo, una vez que el concepto de movimiento se ha introducido en todas las ciencias especiales, difícilmente puede resistirse a la tentación de introducirlo también en la mecánica en su conjunto. Sólo después de haber sucumbido a esa tentación es cuando se presenta el verdadero problema: cómo deducir un oscuro hecho de la Naturaleza, la Ley de la Entropía, de los oscuros hechos expresados por las leyes de la mecánica.

La idea por la que Boltzmann luchó apasionadamente a lo largo de toda su vida es que ese problema se soluciona si se adopta una tercera defini-

ción de entropía como «la probabilidad termodinámica» de que se produzca el correspondiente grado de desorden termodinámico. Ahora bien, como ya he subrayado, la equivalencia de esta tercera definición con las otras dos no se ha determinado a satisfacción de todos. No hay uno solo sino dos diferentes obstáculos que se oponen a esa equivalencia.

Como debiera haber quedado suficientemente claro a partir de las secciones precedentes, el primer obstáculo consiste en que, una vez que se ha acusado a la mecánica, la aleatoriedad se encuentra excluida para siempre del debate. En una descripción analítica de la Naturaleza, nada puede estar totalmente determinado por leyes rígidas y comportarse a la vez de forma que desafíe a toda descripción analítica. Es esta la antinomia de la mecánica estadística, antinomia para cuya reducción se ha derrochado imaginativamente una inmensa cantidad de energía intelectual.

En el proceso a cuyo través se pretende haber resuelto esa antinomia hay un segundo obstáculo habitualmente perdido en el laberinto de las argumentaciones probabilísticas. Así, podría definirse perfectamente «altura» como «probabilidad biológica», pero también podría definirse «probabilidad biológica» como la probabilidad de que tenga lugar determinada altura. Ahora bien, si se adoptan (como dice Boltzmann) ambas definiciones de forma conjunta, una de ellas proclama implícitamente una nueva ley de la Naturaleza⁴⁸. En el caso de la termodinámica, esa ley es de hecho una tercera Ley de la Entropía, que en su forma más estricta dice:

Los macroestados se presentan en la Naturaleza con frecuencias tales que cuanto mayor es el grado de desorden mayor es la correspondiente frecuencia.

En relación con esta proposición, hay que poner de relieve una observación hecha por Gibbs, que su generalidad se extiende más allá de la misma termodinámica⁴⁹. Tal como lo veo, la verdad es que la proposición se convierte prácticamente en un principio metafísico de la misma esencia que la idea simétrica en cuya virtud lo homogéneo es el semillero del inevitable no homogéneo. Es precisamente esta ciencia metafísica la que explica las dificultades insuperables con que se ha tropezado al justificar la nueva Ley de la Entropía, ya sea experimentalmente o analíticamente a través de la derivación de otras leyes básicas. En efecto, a diferencia de la formulación clásica, la nueva ley parece estar más allá de todo experimentalto. Todo lo que sus defensores han sido capaces de hacer es declarar, en

⁴⁸ Consciente del peligroso encanto que la «probabilidad termodinámica» de Boltzmann puede ejercer sobre nuestras mentes, Max Planck sugirió una expresión menos hipnotizadora, «ponderación termodinámica». Además, advirtió al lector que no debía confundirse estas expresiones con «probabilidad matemática» o «ponderación mecánica». Sin embargo, en último término también Planck fue víctima del sortilegio y equiparó «probabilidad termodinámica» a la verdadera probabilidad. Véase Max Planck, *Theory of Heat* (Londres, 1932), pp. 54 y s. y 222-225.

⁴⁹ J. Willard Gibbs, *Elementary Principles in Statistical Mechanics* (Nueva York, 1960), p. viii.

⁴⁶ Nota del traductor en Khinchin, *Mathematical Foundations*, p. 54.

⁴⁷ Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, pp. 442 y s.

primer lugar, que la ley se deriva de la base contradictoria a la que ya estamos habituados: las leyes de la mecánica y una ley estadística que dice que para una partícula todas las posiciones, por un lado, y todas las velocidades, por otro, se producen con las mismas frecuencias. Y, en segundo lugar, dado que la verificación de esta nueva ley estadística está sujeta a la misma prohibición experimental, como último recurso sus mismos defensores reclamaban que el fundamento lógico sobre el que se basa la mecánica estadística se encuentra ratificado por el acuerdo entre sus proposiciones y los hechos observados⁵⁰.

Superficialmente, la cuestión parece fuera de toda duda. Como se ha subrayado en el Capítulo I, Sección 4, anterior, el fundamento lógico de cualquier ciencia especial incluye normalmente algunas proposiciones- ω no susceptibles de ser verificadas experimentalmente de forma directa. La validez de semejante fundamento lógico se verifica indirectamente si las proposiciones- β derivadas lógicamente a partir de (ω) están de acuerdo con los hechos observados. Si, por el contrario, algunos de esos hechos pueden describirse únicamente a través de proposiciones incompatibles con (ω), ha de ponerse en tela de juicio la validez del fundamento lógico. Ahora bien, la defensa de la mecánica estadística ignora esas consideraciones explícitas de verificación indirecta, pues la verdad es que la cadena realmente existente entre los principios básicos de la mecánica estadística y las proposiciones que supuestamente se encuentran corroboradas por hechos tiene numerosos eslabones patentemente dudosos o, lo que es peor, falsos⁵¹. Esta es una de las razones por las que el éxito reclamado por la interpretación mecánico-estadística es de hecho falso. Como afirmó Zermelo hace mucho tiempo, el «éxito aparente tiene que deberse a un falso razonamiento».

Otra razón se refiere a los hechos en sí mismos. Todo aquel que haya leído atentamente los numerosos manuales de mecánica estadística tiene que haberse dado cuenta de que brillan por la ausencia de todo informe experimental⁵²; hasta más de un físico contempla la mecánica estadística como construcción matemática sin interés alguno desde el punto de vista de la física. Esta es también la opinión de una autoridad de las matemáticas: «la mecánica estadística es, en esencia, matemática pura»⁵³. En esta situación, nos ha de parecer entonces mucho mayor la estatura científica de

Gibbs, al leer su franca confesión de que en su propia aportación «no puede haber error en lo que se refiere a la concordancia de las hipótesis con los hechos de la Naturaleza, pues no se ha supuesto nada a ese respecto»⁵⁴.

A la vista de esas circunstancias, únicamente es natural que todos los esfuerzos deban dirigirse a justificar el enfoque estadístico a través de otras consideraciones generales que no tienen nada que ver con los hechos específicos de la termodinámica. La tesis propuesta hace ya mucho tiempo (1856) por A. Krönig, en el sentido de que debemos recurrir a las probabilidades como consecuencia de nuestra innata incapacidad de determinar todas las coordenadas de un sistema complejo y de seguir su historia, constituye actualmente un estribillo habitual⁵⁵: hay dos interpretaciones distintas de lo que significa esa idea.

Está, en primer lugar, la escuela boltzmanniana de pensamiento a la que podemos denominar ahora enfoque *probabilístico*. En este enfoque, las probabilidades se emplean para describir qué hará a continuación un sistema *individual*, para lo cual el límite de la frecuencia relativa de un estado en la historia de un sistema se iguala simplemente a la probabilidad de que el sistema asuma ese estado a continuación. Ahora bien, dado que todos los microestados brutos se representan por los mismos volúmenes de espacio-fase, sus medidas son las mismas, con lo que, de acuerdo con la hipótesis ergódica, todos los microestados brutos son igualmente probables⁵⁶. La conclusión es que —refiriéndose a la secuencia histórica (10)— todos los «estados» de la sección anterior tienen la misma probabilidad de ocurrir, concretamente, $1/10$; así pues, en todo momento hay, por ejemplo, una probabilidad de $9/10$ de que el próximo estado no sea «0».

No podría plantearse objeción alguna a esa forma de razonar si «probabilidad» se interpretase en sentido subjetivo, es decir, como índice de nuestra incertidumbre mental derivada de la incapacidad de medir exactamente las condiciones iniciales o de resolver por completo las ecuaciones de movimiento. Una persona que, por una u otra razón, haya perdido la noción del tiempo puede decir perfectamente que hay una probabilidad de $1/7$ de que «hoy» sea Domingo. Esta medida de su probabilidad subjetiva se justifica por el hecho de que en total hay siete días en la semana, pero evidentemente *el propio hecho no le autoriza a decir también que los días de la semana se suceden de forma aleatoria*, es decir, como si el que hoy sea Domingo o Lunes se pudiese decidir a través de un mecanismo aleatorio. De modo semejante, para las secuencias de estados (10), no tiene sentido al-

⁵⁴ Gibbs, *Elementary Principles*, p. x. Las cursivas son mías.

⁵⁵ Aunque las citas puedan parecer superfluas aquí, para una muestra autorizada de las obras contemporáneas se remite al lector a Haar, «Foundations», p. 292, y Khinchin, *Mathematical Foundations*, p. 1.

⁵⁶ Véase la fórmula (3) en el Apéndice E de este volumen.

⁵⁰ Por ejemplo, Haar, «Foundations» (nota 36 anterior), p. 298, y, especialmente, Khinchin, *Mathematical Foundations*, pp. 52 y s.

⁵¹ A diferencia de las apuntadas en las secciones precedentes, estas lagunas se encuentran claramente puestas de manifiesto en Ehrenfest, *Conceptual Foundations, passim*, y en Haar, «Foundations», pp. 292-294.

⁵² Únicamente ahora y a este respecto encontramos una mención a los intentos de verificar experimentalmente la distribución Boltzmann-Maxwell, intentos que, no obstante, son muy poco convincentes. Véase James H. Jeans, *An Introduction to the Kinetic Theory of Gases* (Cambridge, Engl., 1940), pp. 124-130.

⁵³ Hadamard (citado en la nota 3 anterior), pp. 194 y s. La traducción es mía.

guno decir que hay una probabilidad (en sentido físico) de $1/10$ de que el próximo estado sea «7»; esta cifra aparece siempre exclusivamente después de «9». Además, si la transformación es T^* , está excluida incluso la equivalencia de la probabilidad subjetiva con el límite ergódico: para «7», ese límite es $1/6$ en una clase de secuencias y cero en la otra, en tanto que el mismo límite para «9» es cero y $1/4$, respectivamente. Para hacer que sea $1/10$ la deseada igualación de la probabilidad subjetiva, es necesario suponer arbitrariamente que las frecuencias relativas de los sistemas a los que se refieren T o T^* sean $6/10$ y $4/10$, respectivamente. Todo esto puede parecer elemental, pero el hecho de que una constante física como el límite ergódico en una secuencia perfectamente determinada pueda servir, en algunos casos, como medida ordinal de la probabilidad subjetiva entendida como estado mental ha conducido recientemente a una hereja insospechada. Tal hereja consiste en igualar la entropía a «grado» de nuestra ignorancia o, lo que es lo mismo, la denominada negentropía (esto es, entropía negativa, que es la función- H de Boltzmann) a la «cantidad» de nuestra información. El modo en que nuestra ignorancia (un elemento subjetivo) pueda convertirse en una coordenada de un fenómeno físico, como es el expresado por la ley de la Entropía, va más allá de la más pura fantasía, al menos más allá de mi comprensión. No puede uno sino preguntarse dónde se encuentra un límite a las tergiversaciones del teorema ergódico.

Se han establecido propiedades ergódicas de todo tipo para algunas clases especiales de números enteros, incluidos los números primos⁵⁷. En todo caso, a partir de tales resultados y del hecho de que todavía no conocemos ninguna ley relativa a la presencia de números primos en la secuencia de números enteros, sería completamente absurdo concluir que se presentan de forma aleatoria⁵⁸. Como ya he insistido en el Capítulo II, Sección 7, la aleatoriedad presupone regularidad, pero tal regularidad no es de la misma esencia que aquella evidente con la que se presenta «2» en la secuencia (10) que ha servido de ilustración o con la regularidad «oculta» con la que se presenta un número primo en la secuencia de números enteros. La regularidad aleatoria debe ser irregular en el sentido de que no puede describirse por una fórmula o por una regla analítica. Sin ese tipo de regularidad, el concepto de aleatoriedad sería completamente superfluo. Este es precisamente el aspecto que no comprenden o no quieren comprender los que pertenecen a la denominada escuela axiomática de la pro-

babilidad y quienes equiparan teoría de la probabilidad y teoría de la medición. Dificilmente negará nadie que la probabilidad implica una medición de cierto tipo, pero, como nos advirtió Richard von Mises, la medición como tal no es probabilidad⁵⁹, y me gustaría añadir que medición más ignorancia sigue sin dar lugar a la probabilidad física. Los defensores de la termodinámica pura están empeñados (a lo que parece) en ignorar ese aspecto.

La segunda y más reciente escuela de pensamiento enuncia un punto de vista *estrictamente estadístico*: debido a que el sistema individual es tan complejo que se nos escapa, debemos estudiar lo que sucede *por término medio*. El atractivo de este proyecto, iniciado por Boltzmann y consagrado por Gibbs, se deriva del hecho de que todo lo que necesitamos para calcular una media es conocer las frecuencias relativas en el conjunto correspondiente; así, se elude por completo el concepto exacto de probabilidad (aunque la expresión «probabilidad» se utiliza en realidad por «frecuencia relativa»). Ahora bien, si el objetivo último ha de seguir siendo el mismo —en concreto, aprender algo acerca del comportamiento del sistema individual—, lo que naturalmente ha de hacerse es estudiar el conjunto compuesto por todos los microestados que tienen lugar en la historia de un sistema individual. De este modo, parecería que tendríamos que considerar un conjunto para cada uno de los diferentes sistemas, una tarea verdaderamente formidable. Sin embargo, se hace patente que no precisamos obrar de tal modo si todos los sistemas mecánicos son métricamente transitivos, pues en este caso todos los microestados brutos consistentes con una energía total determinada se presentan con la misma frecuencia en la historia de cualquier sistema que tenga esa energía total. En consecuencia, los conjuntos correspondientes a una energía total determinada son idénticos, er- go la media de todo conjunto «histórico» puede calcularse directamente (y, como es el caso, también fácilmente) a partir del conjunto «estático» en el que entra una sola vez cada macroestado bruto⁶⁰.

Si nos volvemos hacia la cuestión de la transitividad métrica, todo parece estar en orden, y lo mismo sucede con la operatividad teórica sobre el papel. El conflicto proviene de otra dirección, del valor operativo de las medias calculadas en base al conjunto estático. Las medias de un conjunto

⁵⁹ Richard von Mises, *Probability, Statistics and Truth* (2ª edición, Londres, 1957), pp. 98-100.

⁶⁰ Boltzmann, en *Lectures on Gas Theory*, p. 297, denomina a tal conjunto un *Ergoden*; para Gibbs, en *Elementary Principles*, p. 115, es un conjunto microcanónico. La relación de este conjunto con todos los conjuntos históricos se ilustra de forma sencilla gracias a uno de nuestros ejemplos. Toda media perteneciente a cualquiera de los conjuntos históricos, tal como Σ_1 de la ecuación (10), puede calcularse a partir del conjunto estático de todos los estados (1, 2, 3, ..., 9, 0). Si no se obtiene la transitividad métrica, el conjunto estático no es ya único. Dada la complejidad de un sistema mecánico, hay que esperar que nos veamos enfrentados a una infinidad de conjuntos estáticos que no podrían combinarse en un único conjunto sin suponer que tienen una específica distribución *a priori*; hipótesis totalmente arbitraria que se encuentra tras numerosas argumentaciones de la mecánica estadística.

⁵⁷ Véase C. Benedetti, «Ricerche statistiche sui numeri primi», *Merron*, XXVI (1967), pp. 237-313, o A. G. Postnikov, *Ergodic Problems in the Theory of Congruences and of Diophantine Approximations* (Providence, R.I., 1967).

⁵⁸ El problema recién debatido recuerda a uno de los puntos de vista de Henri Poincaré sobre la probabilidad, discutido en el Capítulo II, Sección 7, anterior. La confusión entre un límite ergódico y la probabilidad física se vé con más claridad en la defensa de la mecánica estadística llevada a cabo por Khinchin en *Mathematical Foundations*, p. 52.

estático son coordinadas inertes; en tales medias, desaparece el orden temporal de los acontecimientos. No pueden decirnos nada acerca del comportamiento de un sistema individual que es en sí mismo el principal objetivo de la termodinámica (o de cualquier ciencia especial de esa materia). Así, cuando Boltzmann contestó que el número de colisiones puede calcularse con ayuda de las leyes de la probabilidad, no rechazó la objeción de Loschmidt⁶¹; esas leyes únicamente nos permiten calcular el número de colisiones para un sistema «medio» y Loschmidt se refería a un sistema individual.

El resultado obvio es que el enfoque puramente estadístico es inútil en lo que se refiere al problema fundamental de descubrir cómo se comporta un sistema individual. Esta es sin duda la razón por la que todos los autores que adoptan el enfoque estadístico como punto de partida se deslizan al final hacia la interpretación probabilística y equiparan las frecuencias relativas del conjunto estático a las probabilidades que un sistema debería asignar *en todo momento* a los microestados brutos compatibles⁶². Por supuesto, puestamente diferentes que sean sus bases de partida, ambos enfoques acababan en el mismo punto: la Ley de la Entropía no dice ya lo que realmente sucede —como lo hace la termodinámica clásica— sino sólo lo que es probable que suceda. En consecuencia, no se niega la posibilidad de que el desorden se transforme en orden; ese acontecimiento tiene solamente una probabilidad muy reducida.

Pero por muy pequeña que pueda ser la probabilidad de un acontecimiento, a lo largo del Tiempo ese acontecimiento ocurrirá un número infinito de veces, porque en caso contrario el coeficiente de probabilidad perdería todo su significado físico. En consecuencia, a lo largo de la eternidad sin límites, el universo necesariamente alcanza el Caos y vuelve a surgir de sus cenizas un número infinito de veces. Boltzmann reconoció abiertamente que esa es una conclusión inevitable de la interpretación probabilística: «ya sea que retrocedamos a los estados del universo en el pasado remotamente infinito o que vayamos adelante al más distante futuro, podemos admitir como igualmente muy probable que llegaremos a una fase en la que habrán desaparecido todas las diferencias de temperatura»⁶³.

⁶¹ Véase la nota 23 anterior.

⁶² Gibbs no constituye excepción alguna a este respecto, como puede observarse comparando varias argumentaciones de sus *Elementary Principles*; por ejemplo, pp. vii, 16 y 142. De hecho, fue él quien, ya en 1875, hizo la frecuentemente mencionada observación de que «la imposibilidad de un descenso no compensado de la entropía parece reducirse a una improbabilidad» (Citado en Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, p. 215). Un caso más reciente y más claro es el de John von Neumann, para quien estadística y probabilidad son intercambiables. Véase su *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton, 1955), p. 207n.

⁶³ L. Boltzmann, *Wissenschaftliche Abhandlungen* (3 volúmenes, Leipzig, 1909), II, p. 121 (La traducción es mía). Los autores que respaldan sin reservas ese punto de vista no constituyen una rara excepción; por ejemplo, P. Frank, «Foundations of Physics», *International Encyclopedia of Unified Science*.

La idea de que los muertos se levantarán de nuevo un día de sus dispersos y pulverizados restos para vivir una vida al revés y encontrar una nueva muerte en lo que fue su anterior nacimiento es probable que parezca muy extraña (Eddington dice «totalmente retrógrada») ⁶⁴. Sin embargo, los científicos están acostumbrados a que cada descubrimiento sea totalmente sorprendente. El que muchos físicos hayan puesto en tela de juicio el valor explicativo de la mecánica estadística se debe exclusivamente a que la idea de un universo que periódicamente envejece y se rejuvenece descansa sobre unos fundamentos muy inseguros.

La objeción más frecuente y, posiblemente, la más eficaz es que no hay evidencia empírica alguna que apoye la idea de que el rejuvenecimiento del universo tiene una probabilidad no nula: ningún fenómeno semejante se ha observado nunca en la *Naturaleza*, ni siquiera a escala más reducida. Y únicamente la evidencia empírica puede dotar de significado físico a una probabilidad calculada teóricamente sobre el papel⁶⁵. La respuesta habitual de que todavía no hemos sido testigos del rejuvenecimiento del sistema, porque no hemos observado a la Naturaleza el tiempo suficiente, puede parecer, si no decisiva, al menos aceptable. En mi opinión, la respuesta es en todo caso falaz. Muy probablemente, se piensa que la contestación se justifica por la proposición de que, si esperamos tiempo suficiente, cualquier acontecimiento excepcional tendrá lugar con casi total certidumbre. De hecho, la justificación requiere la proposición contraria, es decir, que un acontecimiento extraordinario no pueda tener lugar a menos que esperemos durante mucho tiempo; pero, como sabemos, esta última proposición es falsa⁶⁶.

Posiblemente sea todavía más importante otro fallo del entramado probabilístico. El fallo reside en que una de las relaciones sobre la que se deslizan velozmente las argumentaciones habituales es una falsificación. Admitida la equivalencia de las ecuaciones (2) y (7) de la Sección 1 anterior, ambas relaciones definen la entropía. Ahora bien, a partir de una defi-

⁶⁴ (Chicago, 1955), I, pp. 452 y s., y G. N. Lewis, «The Symmetry of Time in Physics», *Science*, 6 de junio de 1930, p. 571.

⁶⁵ A. S. Eddington, *New Pathways in Science* (Ann Arbor, 1959), p. 59.

⁶⁶ La validez de esta afirmación se pone realmente de manifiesto por la necesidad de introducir la nueva estadística de Bose-Einstein y Fermi-Dirac, gracias a la cual se declaran inaceptables algunos microestados válidos en la estadística de Boltzmann. Formalmente, puede ilustrarse por medio de mi anterior ejemplo aritmético: sería absurdo atribuir un límite ergódico no nulo al microestado «9» en la secuencia decimal de 1/7 sobre el razonamiento *a priori* de que todas las cifras son igualmente probables. Este punto constituye la base de mi crítica de la doctrina de la probabilidad exclusivamente subjetivista; véase la Sección V de mi «The Nature of Expectation and Uncertainty» (1958), reimpreso en *AE*.

⁶⁷ En la época, 1963, en que escribí por vez primera lo anterior (publicado en *AE* en 1966), la argumentación me parecía tan lógicamente sencilla que no vi necesidad alguna de mayor explicación. Dado que, posteriormente, he descubierto que algunos filósofos de la ciencia están en desacuerdo conmigo, he presentado ahora mi argumentación con mayor detalle (Apéndice F de este volumen), de modo que sea fácil al lector ver dónde podría haber estado yo equivocado.

nición no puede hacerse inferencia alguna del comportamiento del objeto definido: la definición de velocidad evidentemente no nos autoriza a decir si la velocidad de la Tierra, por ejemplo, aumenta o disminuye. Incluso aunque admitamos el paso desde el número combinatorio W a la probabilidad, seguimos sin poder inferir de la ecuación (7) nada sobre la *tendencia* de un estado a pasar a otro estado. Es decir, a partir del hecho de que, pongamos por caso, hay más hombres con ojos oscuros que con ojos claros, podemos concluir que un hombre, ya tenga ojos oscuros o claros, tiene una mayor probabilidad de encontrarse con otro de ojos oscuros, pero sería tomarse una libertad excesiva decir además que los ojos claros de una persona tienen tendencia a volverse oscuros.

Y si aceptamos la otra opinión predominante de que la Ley de la Entropía significa únicamente que «cuanto mayor es la entropía, mayor es su probabilidad de ocurrir» (donde «entropía» significa «probabilidad termodinámica»), en vez de una ley de la Naturaleza tenemos exclusivamente una aplicación tautológica de la definición de probabilidad. El problema consiste en que el enfoque probabilístico no puede pretender haber elaborado una estructura equivalente a la de la termodinámica clásica (la única directamente comprobable), salvo haber puesto algo en lugar de la proposición básica de que $\Delta(S) = S(T_1) - S(T_0) \geq 0$, para T_0 anterior a T_1 . Creó que esto es precisamente lo que Boltzmann intentaba hacer con su primera formulación del teorema- H , que $dH/dt \leq 0$.

Pero, como podemos ver ahora, el error de Boltzmann consistió en ignorar la diferencia existente entre Tiempo y tiempo dinámico, diferencia en la que insistí oportunamente en la sección anterior. Para proporcionar un sustituto equivalente de la proposición clásica, debería haber demostrado no que $dH/dt \leq 0$ sino que $dH/dT \leq 0$. El origen del célebre embrollo que originó así es la imposibilidad lógica de derivar una proposición relativa a dH/dT a partir de un conjunto de premisas (las ecuaciones de un sistema dinámico) que implicaban solamente a t .

Aparentemente, Boltzmann estaba dispuesto a pagar cualquier precio para salvar su teorema- H . Así, en su segunda formulación sustituyó temporalidad por diferencia de probabilidad. Si se recuerda la curva H , se ve que el precio pagado fue la negación del Tiempo, como reconoció Boltzmann de modo inequívoco. «Debiéramos considerar más bien la única dimensionalidad del tiempo que nos ha proporcionado la experiencia como mera ilusión derivada de nuestra perspectiva especialmente limitada... los dos sentidos del tiempo son indistinguibles, al igual que en el espacio no hay arriba o abajo»⁶⁷. De forma bastante incomprensible, Boltzmann no quiso rechazar también por completo el tiempo dinámico, pues añadió

⁶⁷ Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, pp. 446 y s.

que, al igual que en cualquier punto de la tierra denominamos «abajo» el sentido hacia el centro de la tierra, todo ser viviente en cualquier lugar del universo distinguirá el sentido del tiempo desde el estado menos probable hacia el más probable. Sin embargo, G. N. Lewis dijo la verdad al afirmar que «el tiempo no es una de las variables de la termodinámica pura»⁶⁸; sólo que, en lugar de ensalzar así la construcción probabilística —como era su intención—, puso al descubierto su debilidad básica.

Es cierto que, incluso en la termodinámica clásica, todas las ecuaciones afectan únicamente a las variables del estado, pero lo que diferencia a la termodinámica clásica de una especie de geometría es el añadido de que el signo de ΔS es positivo en el sentido del Tiempo. La afirmación de Lewis es un reconocimiento de que, a diferencia de la termodinámica clásica, la termodinámica pura es una especie de geometría, con lo que, evidentemente, es inútil como ciencia de los acontecimientos de la Naturaleza y haríamos mejor en aceptar el veredicto. Algunos, sin embargo, no lo admitirían, prefiriendo en su lugar suprimir cualquier forma de tiempo, ignorando así las consecuencias trascendentales que semejante postura tiene para *todas* las ciencias especiales. El diseño de esta postura fue bosquejado por Boltzmann, quien afirmó que, de hecho, hay sitios en el universo en los que los procesos se encuentran «yendo en el sentido opuesto», pero los seres que observan tales procesos seguirán contando el tiempo desde los estados menos probables a los más probables⁶⁹. La expresión resaltada debería hacer que fuésemos inmediatamente conscientes del habitual timo verbal. De igual modo que no podemos demostrar la relatividad del tiempo de reloj local sin admitir que hay un observador para el que todos los acontecimientos son en tiempo absoluto⁷⁰, es imposible demostrar que el Tiempo es una ilusión antropomórfica sin admitir implícitamente que hay una dirección universal en la que se encuentran yendo realmente los procesos.

Algunas obras recientes se han esforzado por situar la idea de Boltzmann sobre una base supuestamente más clara. Tras exponer el principio de que todos los microestados (como los considerados en la Sección I anterior) son igualmente probables, esas argumentaciones llegan a decir que nuestras propias limitaciones nos incitan a distinguir dos clases, la descriptiva y la no descriptiva. Un microestado descriptivo es aquel que puede describirse brevemente, pongamos por caso, una mano de picas en el bridge. Las manos que requieren una mayor descripción (en último término, la denominación de cada carta) son no descriptivas. Se dice que la entropía aumenta «cuando una distribución *conocida* [descriptiva] pasa a ser una

⁶⁸ G. N. Lewis, «Symmetry of Time», p. 573.

⁶⁹ Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, pp. 447 y s. Las cursivas son mías.

⁷⁰ Véase el Capítulo V, nota 58, anterior.

distribución desconocida [no descriptiva]⁷¹, pero semejante distribución puede ocurrir indiferentemente antes o después de la otra. Podemos ver de nuevo que la argumentación implica que las distribuciones se siguen una a otra en cierto orden; no vienen dadas de una sola vez, esparcidas irregularmente sobre una mesa plana y perfectamente homogénea, por así decirlo. En una palabra, no están fuera del Tiempo como lo están los objetos abstractos. No puede aceptarse como válida ninguna demostración de que el Tiempo es una ilusión si tal demostración no empieza con distribuciones dadas de una sola vez y que no tengan más ordenamiento lineal que el que puedan llevar consigo sus atributos estáticos cuantitativos y cualitativos. En esta situación, causa mucha más perplejidad la opinión de algunos positivistas lógicos que sostienen que la idea de Boltzmann en virtud de la cual «únicamente ciertos tramos de tiempo tienen sentidos y estos no son los mismos... representa una de las visiones más penetrantes en el problema del tiempo»⁷². Como afirma Lewis, puede ser que hayamos purificado la idea antropomórfica de Tiempo, pero sólo teóricamente; desde luego, no de la física y mucho menos del mundo en el que vivimos.

Cualquiera que sea el ángulo desde el que contemplemos la termodinámica estadística, descubrimos lo que era evidente desde el principio: la imposibilidad de explicar procesos unidireccionales a través de leyes indiferentes a la dirección. En la nueva termodinámica, esa imposibilidad se ha transformado en una contradicción lógica entre las dos hipótesis básicas: (1) las partículas se mueven de acuerdo con leyes rígidas y (2) los estados se siguen uno a otro en cierta forma aleatoria. Que yo sepa, ningún defensor de la mecánica estadística ha negado nunca esa contradicción. Entre las diferentes propuestas de reforma, una es altamente instructiva; consiste en adoptar una «hipótesis especial» adicional con la que negar la contradicción existente entre las hipótesis (1) y (2)⁷³. Ahora bien, si se aceptase con agrado una hipótesis especial, sería mucho menos extravagante suponer (como hicieron algunos antiguos atomistas) que las partículas pueden desviarse libremente de su curso normal «en momentos muy indeterminados y en sitios inciertos»⁷⁴, o (como dicen ahora los físicos modernos) «que un átomo estalla cuando quiere hacerlo»⁷⁵.

⁷¹ Lewis, «Symmetry of Time», pp. 572 y s. Jeans, en *An Introduction to the Kinetic Theory of Gases*, p. 270, habla de estados «más fácilmente distinguibles» y «menos fácilmente distinguibles». Las implicaciones son las mismas.

⁷² H. Reichenbach, *The Direction of Time* (Berkeley, 1956), pp. 127 y s. Sin embargo, la observación adicional de Reichenbach de que «como en muchos otros aspectos, se ha hecho evidente la superioridad de una filosofía basada en los resultados de la ciencia [física]», a pesar de ser inaplicable en este caso, está de acuerdo con lo que actualmente pasa por ser filosofía de la ciencia.

⁷³ P. Frank, «Foundations of Physics» (citado en la nota 63 anterior), p. 452.

⁷⁴ Lucrecio, *De rerum natura*, II, pp. 218-220.

⁷⁵ F. Waismann, «The Decline and the Fall of Causality», en *Turning Points in Physics*, R. J. Blin-Stoyle et al. (Amsterdam, 1959), p. 142. Las cursivas son mías.

Es muy probable que más de un físico despache la cuestión de la consistencia lógica de la termodinámica estadística con la observación, razonable hasta cierto punto, de que todo no ha sido en vano; sabemos ahora acerca del equilibrio termodinámico más que antes de probar el enfoque estadístico e igualmente los resultados obtenidos han sido una fuente de inspiración para la mecánica cuántica (ciencia en la que probabilidad e irreversibilidad están en su elemento). Sin embargo, desde una perspectiva intelectual más amplia, la cuestión parece sumamente importante, pues se refiere a si el campo fenomenológico en que nuestro conocimiento es a la vez el más rico y el más incontrovertible afirma o niega la existencia de leyes evolutivas. Esta es la razón por la que considero necesario analizar con cierto detalle la racionalidad de la termodinámica estadística, incluso aunque a muchos estudiosos de las ciencias sociales tal análisis les pueda parecer en principio una digresión técnica.

Por último, tengo la esperanza de que el presente análisis haya puesto de manifiesto por qué la irreversibilidad del proceso entrópico no es una manifestación del azar. La postura más corriente, consistente en que el movimiento browniano irregular de partículas suspendidas en el aire o en un líquido confirma que también la entropía puede reducirse, no resiste el más somero examen; implícitamente comete el mismo tipo de error que el que condujo al derrumbamiento de la mecánica clásica. En efecto, mientras que ésta extrapoló la palpable bola de billar a átomos, la termodinámica estadística extrapola el visible movimiento browniano a la transformación entrópica de la energía, por lo que no hay que sorprenderse de que muchos físicos hayan rechazado respaldar una construcción lógica que tiene defectos tan evidentes. A pesar de que llevó a cabo la primera aportación a la estadística diferente de la de Boltzmann, Einstein se opuso finalmente al enfoque probabilístico, al que consideraba como una moda semejante a las que dominan «la ropa femenina»⁷⁶; pero la razón de Einstein puede haber residido en su adhesión a la causalidad total antes que en la consistencia lógica. Sea como fuere, hemos visto ya que otros han rechazado explícitamente la termodinámica estadística sólo por esta última razón. Hasta el mismo Poincaré dijo con claridad que debemos abandonar los sistemas lagrangeanos y hamiltonianos de la mecánica y buscar en otros sitios la explicación de los procesos irreversibles⁷⁷; es sintomático que no sugiriese hacia dónde debíamos dirigir nuestras investigaciones. A la vista del panorama actual, podemos percibir sólo dos elementos opuestos, la locomoción reversible y la entropía irreversible, y, tal como se encuentran las cosas, está totalmente fuera de lugar negar que la Ley de la Entropía representa otra ley irreducible de la Naturaleza, al lado de la Ley de la Inercia,

⁷⁶ Véase Louis de Broglie, *New Perspectives in Physics* (Nueva York, 1962), pp. 154 y s.

⁷⁷ Henri Poincaré, *Oeuvres* (11 volúmenes, París, 1934-1956), X, p. 233.

de Newton, por ejemplo. Sostengo que la Ley de la Entropía es la forma más simple por la que se reconoce la existencia de los verdaderos acontecimientos de la Naturaleza, pero su excepcional importancia para nuestra orientación epistemológica se deriva del hecho de que el reconocimiento procede de la ciencia cuyo punto de partida es que la materia no está sujeta a Cambio.

CAPÍTULO VII

AZAR, CAUSA E INTENCIONALIDAD

1. *Determinismo y ley de los grandes números.* Al igual que sucede con los restantes pilares del conocimiento, la idea de que «nada sucede de forma gratuita, sino todo por una razón y por necesidad» nos llegó de los fundadores de la filosofía en la Antigua Grecia¹ y, como ya hemos visto no hace mucho, la crítica a esa idea se remonta igualmente a la época antigua. Durante mucho tiempo, la controversia sobre qué idea —determinismo o indeterminismo— es aplicable a la realidad progresó casi exclusivamente entre los filósofos especulativos; los logros de la ciencia hasta hace aproximadamente doscientos años no fueron lo suficientemente impresionantes como para incidir en tal controversia. Sin embargo, las afortunadas predicciones de la mecánica indujeron a científicos y filósofos a proclamar con total seguridad que la Naturaleza está regida por una causalidad total, afirmando en concreto que todo acontecimiento es el efecto de alguna causa definida que lo precede en el Tiempo. Si este dogma no llegó a ir tan lejos como para decir también que todo estuvo predestinado de una vez y para siempre en el momento de la Creación, se debió únicamente a que igualmente sostenía que el Tiempo no tiene ni principio ni fin. Esta es la razón por la que Laplace pudo contestar a Napoleón I que Dios no se encontraba mencionado en sus obras porque no precisaba tal hipótesis. Lo que importaba a la escuela laplaceana de pensamiento era la idea de que en todo momento el futuro se encuentra completamente determinado por el estado de la Naturaleza en ese solo momento y de que el pasado es totalmente deducible a partir del mismo momento².

El enfoque probabilístico en la termodinámica significó la primera señal para que filósofos y científicos reabriesen el caso del determinismo, pe-

¹ Véase el Capítulo I anterior, nota 23.

² Debería añadir que, además de esa definición clásica de estricto determinismo, hay una multitud de otras, pero para el alcance de mi argumentación puede bastar la definición clásica. En lo que se refiere a las variaciones más conocidas y a sus complejidades —algunas genuinas, otras artificiales—, véase, por ejemplo, Ernest Nagel, *The Structure of Science* (Nueva York, 1961), pp. 278-293 y 316-335.

ro la cuestión no se convirtió en foco de la atención general hasta el descubrimiento de los fenómenos cuánticos que pusieron palpablemente de manifiesto que no todos los acontecimientos tienen una causa *definida*. Prácticamente todos los grandes físicos tomaron parte activa en los debates subsiguientes; no es preciso decir que las argumentaciones presentadas por ambas partes demostraron la fértil imaginación de esos eminentes participantes.

El problema que se plantea a la postura indeterminista en la física es el de tener en cuenta el hecho de que en innumerables situaciones la relación entre «causa» y «efecto» es tan notable que podemos confiar en ella una y otra vez. No intentaríamos alcanzar el conmutador de la luz si tuviésemos otra opinión acerca del efecto de la corriente eléctrica sobre un filamento de tungsteno, ni huiríamos de un barril de pólvora cuando alguien le aplica una cerilla encendida. Ahora bien, ¿por qué tendríamos que esperar que se hiciese la luz en una bombilla si los electrones saltasen en el filamento cuando quisiesen? La respuesta indeterminista es que lo que nos parece una relación causal entre la conmutación de la corriente y la emisión de luz por la bombilla es el resultado de la Ley de los Grandes Números. John von Neumann afirmó incluso que esta relación causa-efecto «no tiene verdaderamente otra *causa* que la «ley de los grandes números», siendo la justificación de ello que «el orden causal aparente del mundo en general (es decir, para los objetos visibles a simple vista)... es completamente independiente de si las leyes de la Naturaleza que rigen los procesos elementales son o no causales»³. Evidentemente, esta argumentación implica que el problema entre determinismo e indeterminismo es completamente irrelevante. Visto más de cerca, se observa que oculta a nuestra vieja amiga —la confusión entre una secuencia ergódica y otra aleatoria— tras el hecho de que la Ley de los Grandes Números, como *proposición matemática abstracta*, es aplicable a ambas secuencias.

Sin embargo, el verdadero indeterminista adopta la postura de que no sólo importa el problema sino que tampoco existe nada en la Naturaleza excepto una aleatoriedad irreducible establecida más allá de la sombra de una duda⁴. Lógicamente, se ve forzado a afirmar que hay una diferencia de esencia entre la predicción de un acontecimiento individual y la de varios acontecimientos a la vez. La argumentación ultrafamiliar es que, a pesar de que no podemos predecir si el Sr. X fallecerá durante el año en curso, podemos predecir (con la ayuda de las tablas de mortalidad) que *aproximadamente* 723 de cada 10.000 hombres de la misma edad del Sr. X fallecerán a

³ J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton, 1955), pp. 326 y s. Las cursivas son mías.

⁴ Véase Richard von Mises, *Probability, Statistics and Truth* (2ª edición, Londres, 1957), p. 223.

lo largo del mismo año⁵. Ha de observarse, no obstante, que si «aproximadamente» se deja analíticamente indefinido, la afirmación es vacua, y que si se define de modo que signifique, por ejemplo, «menos de 750 y más de 700», la pretendida distinción entre las dos predicciones se vuelve inútil. Al final del año, cada predicción se verá confirmada o refutada: no hay tercer resultado posible. Como ya he afirmado en mi oposición a Mises, la cuestión reside en que *toda predicción es aproximadamente un único acontecimiento* y sólo el acontecimiento por sí mismo puede ser simple o múltiple⁶. En consecuencia, la distinción entre uno y otro tipo de predicción no es perfecta desde el punto de vista de la Lógica. Hay que recordar que la Lógica exige que se trace con claridad una línea divisoria o que no se trace en absoluto⁷.

Existe otra razón, aún más importante, por la que el puro indeterminismo falta a la Lógica. Esa razón consiste en que, cuando se aplica a los acontecimientos aleatorios, la Ley de los Grandes Números no es una tautología matemática (como lo es en el caso de la teoría de la medición). Es imaginable que la ley puede ser refutada por los hechos, idea frecuentemente explotada por los humoristas. Los sociólogos, por ejemplo, saben que los suicidios tienen lugar en cualquier sociedad con una frecuencia tan estable como la de la desintegración de los átomos en una sustancia radioactiva. En este punto, puede imaginarse que durante el próximo año el número de suicidios en los Estados Unidos puede ser cero; ahora bien, si en realidad se da la tasa habitual de suicidios —como muy probablemente sucederá— ¿habría que decir que las personas se han confabulado para reinvindicar la Ley de los Grandes Números? Precisamos otra explicación de la regularidad expresada por esa Ley y no nos la daría seguir el ejemplo de Neumann y decir que la causa de la regularidad es la propia ley. Como ya he puesto de manifiesto en el Capítulo II, Sección 7, la única solución consiste en admitir que se encuentra actuando en la Naturaleza un factor que combina dialécticamente regularidad e irregularidad en la forma expresada por la Ley de los Grandes Números. En consecuencia, cuando invocamos esa ley para fenómenos de la Naturaleza, invocamos una ley de la Naturaleza, no una tautología matemática. La aleatoriedad es una *causa* y la Ley de los Grandes Números es su efecto. De este modo, el concepto de

⁵ Louis de Broglie, *Physics and Microphysics* (Londres, 1955), pp. 133 y s. Véase también Mises, recién citado, pp. 11, 16-18 y 45, y G. L. S. Shackle, *Expectation in Economics* (Cambridge, Inglaterra, 1949), pp. 110-115. Curiosamente, esa postura es igualmente compartida por muchos deterministas. Por ejemplo, Max Planck, *The New Science* (Nueva York, 1959), pp. 266 y ss.

⁶ Véase mis artículos «The Nature of Expectation and Uncertainty» (1958), reimpresso en *AE*, p. 272, y «An Epistemological Analysis of Statistics as the Science of Rational Guessing», *Acta Logica*, X (1967), pp. 61-91.

⁷ En lo que se refiere a la canilena habitual de que en el caso de fenómenos masivos la probabilidad de que la predicción sea cierta puede tomarse «en la práctica» como unidad, véase el Apéndice F.

causa, expulsado por la puerta trasera del indeterminismo, regresa con fuerza por la puerta delantera.

2. *Determinismo y principio de indeterminación.* Construir un puente entre la aleatoriedad y la causalidad constituye también un problema del determinismo; lo que sucede es que el determinismo ha de actuar desde la otra orilla. Por todo ello, es natural que los deterministas acojan la obra de Boltzmann como «uno de los mayores triunfos de la investigación teórica»⁸. A la vista de lo que he dicho en el capítulo anterior, no es preciso añadir aquí nada más acerca de la existencia imaginaria del puente a cuyo través Boltzmann pretendía haber alcanzado la aleatoriedad a partir de la causalidad. Sin embargo, hay que añadir algo más acerca de una argumentación diferente que, en ocasiones, se presenta en defensa de un determinismo total. La argumentación dice que si no podemos ver que la causalidad completa predomina también a nivel microscópico se debe únicamente a que «nuestras observaciones no son suficientemente finas y precisas»⁹. Manifestamente, la argumentación se refiere al Principio de Indeterminación de Heisenberg¹⁰. El escaso apoyo que ese principio puede prestar al determinismo se anuncia por el hecho de que ha sido igualmente invocado en apoyo de la tesis opuesta, la de que el comportamiento de una partícula no está sujeto a la ley de causalidad¹¹. Así pues, ¿qué es lo que en resumen nos enseña la indeterminación a escala de la materia elemental?

Se ha dicho con frecuencia que la lección epistemológica objetiva del principio de Heisenberg es que todo acto de observación perturba lo que se propone observar. Es cierto que durante la época de auge de la interpretación mecanicista de la Naturaleza se pensaba por regla general que la observación no afectaba al fenómeno observado y los científicos esperaban que con la mejorada precisión de nuestros instrumentos seríamos capaces de aproximarnos cuanto quisiéramos a los fenómenos *tal como realmente son*. Ahora bien, actualmente hemos llegado a ver que el efecto perturbador de la observación es un tópico. El auténtico núcleo del principio de Heisenberg es que en el caso de los fenómenos atómicos le es imposible al observador determinar de qué manera, o en qué medida, la observación perturba al fenómeno observado. A modo de ejemplo: alguien que desea determinar el número de asistentes a una sala de conferencias en un momento concreto entra en la sala, ocupa un asiento y cuenta los asientos libres que le rodean. A pesar del hecho de que al ocupar un asiento nuestro observador ha alterado la situación, puede llegar al verdadero número de

asientos libres añadiendo una unidad al número de asientos que *vió* libres, suponiendo que no hay razón alguna para llevar a cabo *otra* corrección. Ahora bien, cabe imaginar que la llegada de nuestro observador puede haber impulsado a algunos oyentes a abandonar la sala de forma apresurada y en gran número, haciéndole así imposible contarlos. En ese caso, el observador no puede determinar ya la necesaria corrección de su cuenta real de asientos libres ni determinar el tamaño del auditorio con anterioridad a su entrada en la sala. Y si ese es siempre el caso, el observador no sabrá nunca si el tamaño de un auditorio se encuentra determinado, digamos, por la edad del orador, por un factor aleatorio o por ambos. Es este el manto impenetrable (desde la perspectiva del hombre) que rodea el mundo de la física o la imagen del mundo físico, como diferentemente denominan los físicos el complejo que podemos alcanzar directa o indirectamente a través de nuestros sentidos. Planck, el descubridor de la famosa constante que lleva su nombre y que establece el límite en la desigualdad de Heisenberg, admitió que su descubrimiento destruía toda esperanza «de que los inevitables errores de observación pudiesen reducirse dentro de cualquier límite dado». Más allá del límite establecido por la constante de Planck hay «solamente duda y contingencia»¹². Que más allá de ese límite exista otro mundo, el mundo real, independiente de nuestras observaciones o, más bien, de que haya alguien que lo observe, es una cuestión puramente metafísica que ha dividido a los más grandes pensadores y que no puede decidirse en la forma en que lo hizo el famoso Dr. Johnson, simplemente dando un puntapié a una piedra.

La conclusión es que el principio de Heisenberg no ofrece una base *lógica* ni para el determinismo ni para el indeterminismo. Por el contrario, su implicación filosófica es que ninguna tesis es empíricamente contrastable. Citando de nuevo a Planck, la cuestión «no puede decidirse relacionándola con cualquier teoría epistemológica o someténdola a la contrastación de mediciones experimentales, [mucho menos] en base al razonamiento abstracto»¹³.

3. *Alegato de un físico en favor de la causalidad.* Ha de admitirse, no obstante, que la difícil situación real del determinismo no proviene tanto de la indeterminación de Heisenberg como de la aleatoriedad no adulterada de los fenómenos cuánticos. Como resultado de todo ello, incluso los físicos que siguen fuertemente apegados al determinismo no han sabido por regla general cómo encontrar una argumentación aceptable en su favor. Einstein, por ejemplo, se contentó con afirmar su convicción a sus amigos, como lo hizo en una carta a Max Born: «Tu crees que Dios juega a los dados y yo en leyes perfectas en un universo de cosas que existen como

⁸ Planck, *The New Science*, p. 270.

⁹ *Ibid.*, p. 100. También Louis de Broglie, *Matter and Light* (Nueva York, 1939), p. 189.

¹⁰ A este respecto, véase Capítulo III, Sección 4, y, especialmente, la nota 52 en esa Sección.

¹¹ Por ejemplo, John C. Slater, *Introduction to Chemical Physics* (Nueva York, 1939), pp. 11 y 39-46.

¹² Planck, *The New Science*, p. 247.

¹³ *Ibid.*, pp. 57, 71 y *passim*.

objetos reales, a los que intento comprender a mi modo frenéticamente especulativo»¹⁴. Planck (una destacada excepción) dedicó tres importantes ensayos a defender apasionadamente su creencia en una causalidad fundamental «que es en último término independiente de nuestros sentidos y de nuestra inteligencia [así como de nuestra existencia] y que se encuentra profundamente arraigada en ese universo de realidad en el que llega a ser imposible un examen científico directo»¹⁵.

En todo caso, es muy extraño ver a Planck defender esa tesis metafísica y admitir al mismo tiempo lo que se ha citado hace unas pocas líneas. Sin embargo, existe una razón válida para ese alegato y para el hecho de que otros muchos físicos famosos tengan aversión al determinismo. La razón es que son mucho más plenamente conscientes que otros del hecho de que los grandes descubrimientos son el producto del hábito analítico de que he hablado en el primer capítulo de la presente obra. Este punto brilla en la afirmación de Planck de que el principio de causalidad «no es correcto ni incorrecto, se trata de un principio heurístico; ... es el indicador más valioso que poseemos para encontrar un camino que atraviese la confusión de los acontecimientos y para conocer en qué dirección ha de continuar la investigación científica para llegar a resultados útiles»¹⁶. Para el científico, al igual que para la mente en proceso de despertar de un niño, el conocimiento aparece como respuesta a cierto ¿por qué?, el «por qué» de la antigua filosofía griega. De este modo, podemos comprender por qué Einstein confesó que «Debería ser muy, muy racio a abandonar la causalidad completa»¹⁷, y por qué Kant afirmó que la noción de causalidad es una categoría *a priori*; tan importante es para la construcción del conocimiento. E igualmente la física puede estar relacionada con (o incluso necesitar) determinada metafísica del tipo correcto, al que pertenece en este caso la metafísica kantiana. Recordando una puntualización hecha en la primera parte de este libro, la ciencia no estaría donde actualmente se encuentra si hubiese adoptado una filosofía de asentimiento positivista, y, como también hemos visto en la Sección 1 anterior, ni siquiera el determinismo puede evitar por completo una causa.

¹⁴ *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, ed. P. A. Schilpp (Evanston, Ill., 1949), p. 176. A su vez, Max Born, en una réplica igualmente aguda, defiende el postulado estadístico y, al mismo tiempo, le proporciona la más clara expresión que conozco. «Si Dios ha hecho del mundo un mecanismo perfecto, al menos ha concedido otro tanto a nuestro imperfecto intelecto, de modo que, a fin de predecir pequeñas partes de aquel, no precisamos resolver innumerables ecuaciones diferenciales sino que podemos emplear dados con razonable éxito». Todo procede de ti, ¡oh Señor!, incluso el método de Monte Carlo.

¹⁵ Planck, *The New Science*, p. 261.

¹⁶ *Ibid.*, p. 290. Las cursivas son mías. Por otro lado, en un diálogo informal, Planck dijo que en el friso de la puerta del templo de la ciencia está escrito «*Tenéis que tener fe*», en el principio de causalidad, naturalmente. Notas taquigráficas en Max Planck, *Where Is Science Going?* (Nueva York, 1932), p. 214.

¹⁷ Max Born, *Physics in My Generation* (Londres, 1956), p. 203.

Sin embargo, ¡qué diferencia entre indeterminismo y determinismo para una ciencia viva! Si un creyente en el determinismo descubre que una de sus predicciones *individuales* no es lógica, no deja de pensar nunca en una posible causa ni de contristar el producto de su imaginación. Para un determinista, la retirada del Mar Rojo en la Pascua, el dogma de la Inmaculada Concepción, la génesis de la vida, son todo milagros mitológicos a no ser que pueda encontrarse una explicación causal de los mismos. Para un indeterminista, se trata precisamente de posibles resultados del juego de azar y, si no se ha observado nunca un acontecimiento con una probabilidad no nula, también eso es correcto: se trata de que no hemos esperado lo suficiente. Como quiera que sea, no se puede perder; ahora bien, como hombre de ciencia, tampoco se puede ganar en ambos casos. El indeterminismo del tipo duro no tiene recurso alguno contra el veredicto de Broglie en el sentido de que con él la física corre «el peligro de permanecer atascada en interpretaciones puramente estadísticas y llegar así a ser completamente estéril»¹⁸. No tenemos más que comparar el programa de acción implícito en las ideas de Planck sobre su más grande descubrimiento —«Junto a la mayoría de los físicos, creo firmemente que la hipótesis cuántica encontrará finalmente su expresión exacta en determinadas ecuaciones que constituirán una formulación más precisa de la ley de causalidad»¹⁹— con las ideas planteadas por David Bohm en torno a los fenómenos subcuánticos, por un lado, y con el teorema «sin salida» de Neumann, por otro²⁰. Podemos comprender así por qué Planck, tras haber reconocido que la causalidad es únicamente un principio heurístico, erradicó sus propias convicciones y proclamó sin dificultad alguna que la causalidad es «una ley todopoderosa que rige el universo»²¹.

4. *Causalidad y libre albedrío*. Estaríamos equivocados, no obstante, si creyésemos que podría cerrarse en este punto el caso del determinismo contra el indeterminismo. A pesar de que los científicos de la Naturaleza y los filósofos más rigurosos han intentado limitar el ámbito de esta controversia al mundo de la física, no han sido capaces de llevarlo a cabo. En efecto, problemas formidables de todo tipo les han venido afectando desde otros campos. El más célebre es el de la libertad de la voluntad humana, libertad que, con el triunfo de la imagen laplaceana mecanicista del universo, fue declarada muerta y enterrada. La justificación (que se sigue escuchando a veces) acostumbraba a ser la siguiente. Si uno cree en el libre albedrío y consecuentemente se es un entrometido, en tanto que otro es un fatalista que acepta plácidamente las cosas tal como vienen, todo es co-

¹⁸ Louis de Broglie, *New Perspectives in Physics* (Nueva York, 1962), p. 106.

¹⁹ Planck, *The New Science*, p. 98.

²⁰ Véase la nota 52 del Capítulo II anterior.

²¹ Planck, *The New Science*, p. 110 y *passim*.

mo tendría que ser de acuerdo con las condiciones iniciales que predestinaban que ambos fuesen lo que son. Ni el creyente en el libre albedrío puede alterar la marcha determinista de las cosas, ni el fatalista puede ayudar a las cosas a lo largo de su senda predestinada.

Sin embargo, los descubrimientos en la física cuántica resucitaron la cuestión y condujeron a muchos físicos y algunos filósofos a admitir que la *sensación* individual de ser libre en sus acciones no se pone en duda. Afirman que no podemos negar esa sensación sin negar implícitamente que la conciencia es la mayor autoridad para entender el universo²². Comparto plenamente esta convicción, pero no debido a que, como científico social, no vea otra base a partir de la que puedan enfocarse de modo significativo las acciones humanas; mi razón (y la de muchos otros) es que puedo concebir sin base alguna la decisión acerca de sí, por ejemplo, una estrella es simple o doble, a diferencia de lo que nos dice nuestra conciencia. Ni el telescopio ni la placa fotográfica por sí mismos pueden determinar esa cuestión en mayor medida en que un ordenador puede establecer el verdadero valor de $e^{i\pi} = -1$ o incluso de $2 + 2 = 5$. Por esta razón, por más impresionante que sea su forma, todos los llamamientos que se hagan a la conciencia humana para negar su autoridad, mejor aún, su existencia son lógicamente equivalentes a la historia del hombre que quería eliminar la rama que lo estaba soportando.

Actualmente, los físicos de todas las creencias nos han advertido con razón que a partir del «libre» salto del electrón no podemos concluir la existencia de la libertad de la voluntad. Como lo expresó magníficamente Margenau, los fenómenos cuánticos pueden probar la «aleatoriedad» de acción, pero nunca la libertad²³. Por otro lado, la presencia de fenómenos aleatorios a nivel cuántico quita mordacidad a la argumentación de que el hombre no puede desear libremente debido a que el mundo material se encuentra regido por el determinismo. Evidentemente, un universo completamente determinista y un hombre con un libre albedrío absoluto constituyen condiciones incompatibles; en un universo semejante, la respuesta a cuándo explotará un átomo de plutonio depende de si el hombre decide producirlo, incluirlo en una bomba atómica y hacerla detonar. En consecuencia, la cuestión del libre albedrío surge *si, y sólo si, insistimos en que el determinismo es el santo y seña en el mundo material*. El problema es que al afirmar que la voluntad del hombre es libre no estamos ya agobiados actualmente por «el antiguo determinismo clásico de Hobbes y Laplace»²⁴.

²² Véase Planck, pp. 59, 65 y s. y *passim*; A. S. Eddington, *New Pathways in Science* (Ann Arbor, 1959), pp. 3 y ss.

²³ H. Margenau, *Open Vistas* (New Haven, 1961), p. 199. Véase también Niels Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge* (Nueva York, 1958), p. 22; Broglie, *New Perspectives in Physics*, p. viii; Eddington *New Pathways*, pp. 74 y 86.

²⁴ H. Weyl, *The Open World* (New Haven, 1932), p. 55.

Un gran defensor del determinismo, como Eddington, va todavía más allá y afirma que la física cuántica ha aclarado por completo la cuestión: el hombre es libre de desear «*en virtud de esa Naturaleza que la física deja indeterminada e indeterminable*»²⁵.

No debería escapársenos la quitaesencia de la argumentación: el hombre tiene libre albedrío porque *la física* no puede predecir lo que un individuo hará a continuación. Si se adopta este modo de considerar el problema, la vida para un defensor del determinismo es verdaderamente dura: le incumbe demostrar que la física puede predecir lo que cualquier individuo hará a continuación y, por lo que sabemos, eso es imposible. Lo más que puede hacer un determinista es buscar otras argumentaciones en apoyo de la tesis de que las acciones del hombre no se encuentran menos sujetas a la causalidad de lo que lo está el mundo material. La argumentación de Planck, una de las más inteligentes, puede caer fuera del interés inmediato de un estudioso de la materia, pero, en mi opinión, su valor instructivo para el investigador de los fenómenos vitales es excepcional.

Difícilmente puede discutirse el punto de partida de Planck: Libre albedrío no puede significar más que «el individuo se siente libre, y que sea así no puede de hecho conocerse más que por él mismo»²⁶. Ahora bien, afirma que esta trama interior, el sentimiento subjetivo, refleja fundamentalmente el hecho de que *ex post* el individuo imagina que podría haber actuado de forma diferente. Lo que los psicólogos son capaces de comprobar en algunos casos debe ser cierto en general: *toda acción se deriva de un motivo defnido*. Actúa aquí una causalidad completa como sucede en el caso de un rayo de luz que imaginablemente puede alcanzar al observador a lo largo de infinitas sendas pero que en realidad sigue solamente una, la senda de la llegada más rápida²⁷. Si no podemos mostrar que no existe diferencia alguna entre ambos casos se debe exclusivamente a que «los profundos abismos del pensamiento no pueden penetrarse por el intelecto ordinario»²⁸. Sin embargo, nada se opone a la existencia de un intelecto que se encuentre con el nuestro en la misma relación «en que el nuestro se sitúa sobre los protozoos». Un demonio con una mente semejante podría seguir «incluso el momento más fugaz del pensamiento mortal, así como la más delicada vibración de los ganglios del cerebro humano» y ver así que cualquier acto simple de la voluntad se encuentra completamente determinado por «la interacción de motivos mutuamente reforzados o contradictorios que [actúan] parcialmente en la esfera consciente y parcial-

²⁵ A. S. Eddington, *The Nature of the Physical World* (Nueva York, 1943), p. 260.

²⁶ Planck, *The New Science*, p. 287.

²⁷ *Ibid.*, p. 73.

²⁸ *Ibid.*, pp. 60 y s.

mente también en la inconsciente»²⁹. La ilusión del libre albedrío surge del hecho de que ningún individuo es consciente de esa conexión causal; en efecto, si un individuo llegase a ser consciente de ella, dejaría de sentirse libre en ese mismo momento³⁰. Pero esto no puede suceder: ningún ojo puede verse a sí mismo, ningún corredor puede adelantarse a sí mismo³¹, o, como diríamos en general, ninguna acción es reflexiva. Un individuo que a pesar de todo intentase psicoanalizarse a sí mismo entraría en una regresión infinita, porque «el conocimiento de todo motivo o de toda actividad de la voluntad es una experiencia interna de la que puede surgir un nuevo motivo», de modo que nunca alcanzará «un motivo que sea categóricamente decisivo para cualquier acción futura»³².

Para valorar la argumentación de Planck, tendríamos que subrayar primero que difiere fundamentalmente de la de Laplace. En efecto, éste no pedía a su demonio que averiguase cómo se relacionan entre sí las cosas en el universo. Por el contrario, Laplace proporcionaba al demonio todo el conocimiento teórico necesario para que llevase a cabo su tarea de grumete, por así decirlo. Por esta razón es por lo que el demonio de Laplace es un grumete fantásticamente más eficiente que cualquier humano, pero sigue siendo un grumete, no el capitán que planeó la fabulosa expedición. A diferencia del de Laplace, el demonio de Planck debe hacerse cargo de todas las tareas de la expedición científica, no sólo de medir todo lo que es mensurable a nivel atómico y más allá, sino también de formular las cuestiones adecuadas relativas a los «motivos» y, sobre todo, de descubrir las relaciones estrictamente causales existentes entre los pensamientos (efímeros o duraderos) de un ser humano, sus motivos y las vibraciones de sus ganglios (delicadas o violentas), por una parte, y las manifestaciones evidentes o reprimidas de la voluntad individual, por otra. Planck no dice a su demonio ni lo que hay que medir, ni cómo descubrir los motivos, ni, en especial, qué aspecto pueden tener las leyes que rigen el territorio al que se dirige la expedición; se aparta, por así decirlo, y espera la vuelta del demonio y que le diga, o a usted o a mí, cuáles son esas leyes. Ahora bien, ¿qué sucede si al regresar el demonio nos dice que no existen las supuestas leyes? Este es el principal fallo lógico en la refutación del libre albedrío por Planck.

²⁹ *Ibid.*, pp. 60, 107 y 111.

³⁰ *Ibid.*, pp. 215 y s. Habría que contrastar esta postura con la de Kant (resumida más adelante), por una parte, y con la de Hegel, por otra. Con su máxima «Esa verdad necesariamente es... *Libertad*» (*The Logic of Hegel*, traducción de W. Wallace, 2.ª edición, Londres, 1904, p. 282), Hegel quiere decir que una mente es libre si, y sólo si, no es ya esclava de la contingencia, es decir, si no está regida por la Naturaleza sino auto-determinada (pp. 110 y 264 y s.). En la inversión materialista de Hegel llevada a cabo por Marx, la máxima se interpreta, no obstante, a la inversa: para saber, Sócrates murió «libre» porque aceptó la necesidad contingente.

³¹ Planck, *The New Science*, pp. 62, 116 y 216. Para valorar hasta el final esta argumentación, ni siquiera Dios fue consciente de Su motivo para crear el mundo; nuestra tarea es encontrarlo.

³² *Ibid.*, pp. 216 y 288.

Es igualmente instructivo resaltar que la regresión infinita que, de acuerdo con Planck, impediría todo autoexamen constituye, por el contrario, una excelente descripción de vida consciente como concatenación alternativa de motivos y acciones. Sin embargo, en la realidad tanto las acciones como la aparición de nuevos motivos tras la ejecución de una acción requieren *duración*. En efecto, sin ese requisito el hombre se vería inmerso en una regresión infinita que congelaría su vida; pero da la casualidad de que la conciencia del hombre sólo se desarrolla, a lo largo de lo que podría convertirse en una regresión infinita si la muerte no pudiese un fin arbitrario al proceso. Y, de hecho, la mejor argumentación en favor de la concatenación de motivo-acción es que cada uno de nosotros puede asegurar que actuamos sobre la base de motivos, incluso aunque generalmente tengamos dificultades para hacer una lista completa de nuestros motivos en cada ocasión. En mi opinión, la causa principal de esa dificultad es la histéresis de nuestra mente: entre el momento de la decisión de actuar y el momento en que recordamos nuestros motivos iniciales adquirimos nuevo conocimiento, pues cierto conocimiento acompaña a casi todas las acciones realizadas. Así pues, nuevos motivos emergen en nuestra conciencia. Todo esto puede contribuir a la ilusión de que podríamos haber actuado en el pasado de modo diferente a como realmente lo hicimos. La única cosa que constituye un enigma real para todo ego no es el *surgimiento de acciones* a partir de motivos sino la *aparición de nuevos motivos*. Si puede *desearse* sus motivos libremente, el hombre es libre a pesar del hecho de que todas las acciones se derivan necesariamente de motivos. Este es, según creo, el único problema de la libertad de la voluntad.

5. *El imperativo categórico*. El sorprendente desenlace de la argumentación de Planck indica que incluso aunque pudiese haber tenido algún pre-sentimiento acerca de esta cuestión no lo tuvo finalmente en cuenta. El desenlace consiste en que, debido al hecho de que la voluntad del hombre hacia lo que desea debe permanecer siempre más allá del alcance de la comprensión humana por muy demiúrgica que pueda llegar a ser su inteligencia, la humanidad precisa una guía vital que lo sustituya. «La ley de causalidad es la norma rectora de la ciencia; pero el imperativo categórico —es decir, el dictado del deber— es la norma rectora de la vida»³³. Aunque Planck cultivó repetidamente esta idea, nunca hizo explícitos sus pensamientos. En efecto, si aceptamos su afirmación de que las acciones se derivan de motivos y éstos de acciones con una necesidad objetiva —es decir, con una necesidad que puede determinarse por otra mente distinta de la del hacedor—, ¿por qué tendría nadie que necesitar otro principio rector? No sería más que para engañarse exactamente del mismo modo en que el

³³ Planck, *The New Science*, p. 120; también pp. 216, 254 y 288.